

# **Effiziente Asset Allocation im globalen Portfoliomanagement**

Edwin O. Fischer\*

Susanne Lind-Braucher\*\*

Mai 2009

\*) ordentlicher Universitätsprofessor am Institut für Finanzwirtschaft an der Karl-Franzens-Universität Graz, Universitätsstraße 15/G2, 8010 Graz, [edwin.fischer@uni-graz.at](mailto:edwin.fischer@uni-graz.at)

\*\*\*) wissenschaftliche Mitarbeiterin am Institut für Finanzwirtschaft an der Karl-Franzens-Universität Graz, Universitätsstraße 15/G2, 8010 Graz, [susanne.lind-braucher@uni-graz.at](mailto:susanne.lind-braucher@uni-graz.at)

# Effiziente Asset Allocation im globalen Portfoliomanagement

## I. Einleitung

Diese empirische Studie untersucht Diversifikationseffekte, wenn einem traditionellen Portfolio mit Stocks und Bonds, Alternative Investments, wie z.B. Hedge Funds, Managed Futures, Real Estate, Private Equities und Commodities beigemischt werden. Neben den historischen Schätzern werden auch alternative Schätzer für die erwarteten Renditen (robuste Schätzer, CAPM-Schätzern und das Black-Litterman-Modell) als Zielfunktion in die Portfoliooptimierung eingesetzt. Die Studie kombiniert die bekanntesten Risikomaße mit verschiedenen Renditeschätzern. Auf diese Weise können auch Einflüsse der höheren Momente in Verbindung mit verschiedenen Risikomaßen und unterschiedlichen Renditeschätzern auf die globale Asset Allocation nachgewiesen werden.

## II. Problemstellung

Gerade die letzten Monate haben gezeigt, dass das Vertrauen der Investoren in die Kapitalmärkte sehr stark gelitten hat. Mit den Turbulenzen auf den Kapitalmärkten gingen massive Kurseinbrüche einher. Dies war der Grund dafür, dass sowohl private als auch institutionelle Investoren alternative Anlagemöglichkeiten suchten, die bis dahin seltener beachtet worden sind. Der Anteil von Alternativen Investments, welche Hedge Funds, Managed Futures, Real Estate (Immobilien), Private Equities und Commodities (Rohstoffe) beinhalten, ist europaweit bereits auf durchschnittliche 13 Prozent gestiegen<sup>1</sup>. Deshalb müssen Kapitalanlagen richtig ausgewählt, gewichtet und kombiniert werden, um möglichst hohe Renditen bei gleichzeitig niedrigem Risiko zu erzielen. Dies erfolgt mit einer richtigen Mischung („Asset Allocation“) von verschiedenen Anlageformen. Risikoaverse Investoren versuchen ihre Investments so auszuwählen, dass im Falle eines Verlustes auf den internationalen Aktienmärkten, wie es z.B. in der Rezession 2002 oder in der aktuellen Subprime Krise vorgekommen ist, ihr Portfolio weitgehend unberührt bleibt. Um herauszufinden, wie sich solche überraschenden Ereignisse auf verschiedene Anlageformen auswirken, werden die drei schlechtesten Monate der internationalen Aktienmärkte herangezogen und analysiert.

Die stärksten Einbußen der letzten zehn Jahre verzeichnete der Weltaktienmarkt im Oktober 2008 mit - 11,4 % (Abb. 1). Dies ist seit dem Ende des zweiten Weltkriegs die schlimmste und bis jetzt andauernde Krise, die Ihren Ausgang mit der US-Immobilienkrise 2007 und seit Mitte 2008 auch auf die

---

<sup>1</sup> vgl. The Alternative Asset Survey 2007 S. 15.

Realwirtschaft übergreift. So ist es kaum verwunderlich, dass auch andere Assetklassen, wie z.B. Real Estate (- 23,03 %) und Private Equities (- 29,52 %) davon betroffen sind. Ausgenommen von diesem starken Rückgang waren unter anderem Managed Futures (+ 14,14 %), Bonds (+ 9,72 %) und Hedge Funds (+ 2,79 %). Einen weiteren schlimmen Einbruch erlitt der Weltaktienmarkt im Juni 2002 (Abb. 2). Der Kurssturz auf den internationalen Aktienmärkten (- 11,12 %) beeinflusste auch die Wertentwicklung der anderen Assetklassen (Private Equities - 8,52 %, Real Estate - 6,21 %). Die Weltwirtschaft befand in einer labilen Verfassung, die auch noch im Dezember 2002 anhielt. Die Situation auf den internationalen Kapitalmärkten war Besorgnis erregend, dies wird auch durch eine negative Performance aller Anlagemöglichkeiten im Dezember 2002 gezeigt (Abb. 3).

Einen ersten Eindruck der verschiedenen Investmentmöglichkeiten nach den Jahresrenditen gibt Abbildung 4. Aus ihr ist sehr gut ersichtlich, welche Anlageformen zu den Verlierern bzw. Gewinnern in den letzten zehn Jahren gehören. So schnitten Real Estate bis 2006 beim Ranking noch sehr gut ab, jedoch seit der Immobilienkrise in den USA im Jahr 2007 gehören sie eher zu den Verlierern. Betrachtet man Managed Futures und Hedge Funds, so geht aus der Abb. 4 hervor, dass sie vor allem in Krisenzeiten (2002 und 2008) bessere Jahresrenditen erzielt haben als Stocks.

Bisher veröffentlichte empirische Studien (Benk et. al (2008)<sup>2</sup>, Busse/Nothhaft (2007)<sup>3</sup>, Hübner/Schwaiger/Winkler (2004)<sup>4</sup>, Balthasar/Cremers/Schmidt (2002)<sup>5</sup> und Schneeweis/Karavas/Georgiev (2002)<sup>6</sup>) zeigen, welchen positiven Einfluss eine Beimengung einer alternativen Investmentmöglichkeiten (z.B. Hedge Funds oder Immobilien) auf das Rendite-Risiko-Profil haben. Es ist jedoch zu beachten, dass einige alternativen Investments, wie z.B. Hedge Funds, nicht immer normalverteilt sind<sup>7</sup>. Für solch einen Fall ist es notwendig höhere Momente, wie die Schiefe und die Kurtosis, in der Portfoliooptimierung zu berücksichtigen. Eine Möglichkeit ist die Volatilität durch andere Risikomaße, wie z.B. den modifizierten VaR, der mit der Cornish-Fisher Erweiterung berechnet wird, zu ersetzen<sup>8</sup>. Als weitere Alternative kann der Conditional Value at Risk gesehen werden, der einige Vorteile gegenüber dem Value at Risk aufweist. Durch die Verwendung des CVaR als Risikomaß in der Portfoliooptimierung<sup>9</sup> wird sichergestellt, dass eine Rendite-Risiko-Optimierung eines Portfolios immer lösbar ist<sup>10</sup>.

---

<sup>2</sup> vgl. *Benk/Haß/Johanning/Schweizer/Rudolph*, Bundesverband Investment und Asset Management e.V. 2008.

<sup>3</sup> vgl. *Busse/Nothhaft*, Der Hedge Fonds Effekt, Mit der richtigen Portfolioaufteilung zum Anlageerfolg, 2007.

<sup>4</sup> vgl. *Hübner/Schwaiger/Winkler*, Financial Markets and Portfolio Management 2/2004 S. 181–198.

<sup>5</sup> vgl. *Balthasar/Cremers/Schmidt*, Diskussionspapier, Hochschule für Bankwirtschaft 2002.

<sup>6</sup> vgl. *Schneeweis/Karavas/Georgiev*, Alternative Investment Management Association 2002.

<sup>7</sup> vgl. *Kat*, The Journal of Private Wealth Management 2005 S. 51-57.

<sup>8</sup> vgl. *Favre/Galeano*, Journal of Alternative Investments 2002 S. 24.

<sup>9</sup> vgl. *Artzner/Delbaen/Ebner*, Mathematical Finance Vol.9/1999 S. 224 und *Rockafellar/Uryasev*, Journal of Risk 1999 S. 41.

<sup>10</sup> vgl. *Alexander/Baptista*, Management Science 50/2004 S. 1261-1273.

Die gesammelten Erkenntnisse wurden zum Anlass genommen, um erstmalig zahlreiche Investments eines Anlageuniversums (7 Assetklassen, siehe Tab.1) in einer empirischen Untersuchung zu berücksichtigen, die neben historischen Schätzern auch alternative Schätzer für die erwarteten Renditen (robuste Schätzer, CAPM-Schätzer und das Black-Litterman-Modell) verwendet. Die Studie kombiniert somit die bekanntesten Risikomaße, also auch jene, die die Schiefe und die Wölbung berücksichtigen, mit verschiedenen Renditeschätzern. Auf diese Weise können auch Einflüsse der höheren Momente in Verbindung mit verschiedenen Risikomaßen und unterschiedlichen Renditeschätzern auf die Asset Allocation untersucht werden.

## 1. Datenbasis

Als Datenbasis für diese Studie dienen Performanceindizes (siehe Tab. 1) für einen zehnjährigen Betrachtungszeitraum vom 1. November 1998 bis 31. Oktober 2008. Diese Studie ist aus der Sicht eines in Euro investierenden Investors. Alle Indexdaten, die nicht in EURO notieren, sind mit den entsprechenden Wechselkursen umgerechnet worden. Für die Berechnungen werden monatliche historische Daten verwendet, die aus Thomson Datastream entnommen wurden.

Abbildung 5 zeigt die historische Wertentwicklung der Assetklassen der letzten zehn Jahre, die einen ersten Eindruck über die Assetklassen untereinander liefert. So ist es kaum verwunderlich, dass die ausgewählten Assetklassen unterschiedliche Wertentwicklungen aufweisen. Die historischen Indexverläufe zeigen, dass vor allem in den letzten Monaten Stocks, Commodities, Real Estate und Private Equities sehr von Verlusten betroffen waren. Bonds, wie auch Hedge Funds und Managed Futures, hatten in dieser Zeit eine eher seitwärts verlaufender Phase. Viel entscheidender ist jedoch, wie sich die Assetklassen zueinander verhalten. Das wird mit einem Korrelationskoeffizienten ausgedrückt, der Werte zwischen -1 und +1 annehmen kann. Je höher der Koeffizient ist, desto gleichlaufender ist die Entwicklung der Assetklassen. Umgekehrt hingegen, bei einem Wert von -1, besteht eine negative Abhängigkeit, in diesem Fall ist die Entwicklung genau entgegengesetzt. Die Korrelationskoeffizienten für diese Studie (siehe Tab. 2) zeigen ein eindeutiges Ergebnis: So weisen zum Beispiel Stocks und Managed Futures mit einem Korrelationskoeffizienten von -0,01 eine eher unabhängige Wertentwicklung auf. Gleiches gilt für Managed Futures und Private Equities. Auch in diesem Fall ist der Korrelationskoeffizient negativ. Stocks und Private Equities weisen mit einem Wert von 0,817 eine sehr hohe positive Korrelation auf. Diese positive Korrelation weist auf eine gleichlaufende Entwicklung der Assetklassen hin.

## 2. Datenanalyse

Zur differenzierten Analyse werden die verwendeten Assetklassen einer statistischen Analyse unterzogen. Tabelle 3 gibt einen Überblick über die Rendite- und Risikoparameter der untersuchten Assetklassen. Die Durchschnittsrenditen und Volatilitäten pro Jahr und pro Monat werden für alle Anlagealternativen aus der historischen Datenbasis ermittelt. Es ist zu erkennen, dass sowohl Commodities als auch Hedge Funds unter den Vertretern der alternativen Investments mit 10,58 % und 6,89 % die höchsten Durchschnittsrenditen pro Jahr aufweisen. Private Equities zählen mit einer jährlichen Volatilität von 25,81 % neben den Commodities (19,25 %) zu den riskantesten Anlageklassen. Darüberhinaus werden Kennziffern (Schiefe und Excess Kurtosis) berechnet, die Auskunft über die (Normal-)Verteilungseigenschaften der Renditen geben. Zusätzlich werden alle Assetklassen mittels Jarques/Bera-Test<sup>11</sup> auf Normalverteilung überprüft.

Die Betrachtung der statistischen Einzelanalysen sowie die Korrelationsmatrix der Anlageformen reicht jedoch nicht aus, um Aussagen darüber treffen zu können, ob eine bestimmte Anlageform in einem globalen Portfolio berücksichtigt werden soll. Aus diesem Grund wird die Portfoliooptimierung für eine optimale Asset Allocation herangezogen.

## III. Modelle

Als Grundlage dient die klassische Portfoliotheorie nach Markowitz (1952)<sup>12</sup>. Diese Theorie verbindet die bestmögliche Kombination von Anlagealternativen zur Bildung eines optimalen Portfolios, welches die Präferenzen des Anlegers bezüglich des Risikos und des Ertrags berücksichtigt<sup>13</sup>. Die erwartete Portfoliorendite  $E(r_p)$  kann als gewogenes Mittel aus den erwarteten Renditen der Assetklassen  $E(r_j)$  dargestellt werden, wobei  $x_j$  die Gewichtsanteile der Assets darstellen.  $N$  ist die Anzahl der Assets:

$$(1) \quad E(r_p) = \sum_{j=1}^N E(r_j) \cdot x_j.$$

Das erwartete Risiko eines Portfolios entspricht der Standardabweichung, wobei die Kovarianzen  $\sigma_{ij} = \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j$  die lineare Abhängigkeit zwischen den Assetrenditen zweier Assets  $i$  und  $j$  messen:

$$(2) \quad \sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^N \sigma_{ij} \cdot x_i x_j}.$$

---

<sup>11</sup> vgl. Bera/Jarques, International Statistical Review 55/1987 S. 168.

<sup>12</sup> vgl. Markowitz, Journal of Finance 1952 S. 77-91.

<sup>13</sup> vgl. Spremann, Portfoliomanagement, 3. Auflage 2006, S. 144.

Jene Kombinationen, die bei gegebener Rendite das geringste Risiko aufweisen bzw. bei gegebenem Risiko die höchste erwartete Rendite erbringen, werden als effizient bezeichnet. Die Menge der Portfolios, die als effizient bezeichnet werden können, sind auf der sogenannten Effizienzkurve abgebildet.

### 1. Basismodelle

Es werden nun zwei Portfolios näher analysiert: Das Portfolio mit dem geringsten Risiko (Minimum-Risk-Portfolio) und das Portfolio mit der höchsten Sharpe-Ratio (Tangentialportfolio). Das Minimum-Risk-Portfolio ist jenes Portfolio, welches das geringste Risiko, gemessen an der Standardabweichung (Volatilität), aufweist. Mathematisch ist das jenes Portfolio, welches durch die Minimierung des Risikos ohne Verringerung der zu erwarteten Rendite berechnet werden kann<sup>14</sup>:

(3) Minimum Risk Portfolio (MRP):

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}} \rightarrow \min!$$

u.d.NB:

$$\sum_{j=1}^N x_j = 1$$

$$x_j \geq 0.$$

Die Portfoliotheorie nach Markowitz wurde von Tobin (1958)<sup>15</sup> um die Betrachtung einer risikolosen Anlage erweitert. Das so optimale Portfolio mit der risikolosen Anlageform bezeichnet man als Tangentialportfolio, welches durch Maximierung der Sharpe Ratio<sup>16</sup>, also der Steigung der Kapitalmarktgeraden, berechnet wird. Analytisch lässt sich das Tangentialportfolio durch Lösen des folgenden Optimierungsproblems ermitteln<sup>17</sup>:

(4) Tangentialportfolio:

$$SR = \frac{E(r_p) - \text{risikoloser Zinssatz}}{\sigma(r_p)} \rightarrow \max!$$

u.d.NB:

<sup>14</sup> vgl. Poddig/Brinkmann/Seiler, Portfoliomanagement 2005, S. 109.

<sup>15</sup> vgl. Tobin, Review of Economic Studies 1958 S. 251-278.

<sup>16</sup> vgl. Sharpe, Journal of Finance 1964 S. 425-442.

<sup>17</sup> vgl. Poddig/Brinkmann/Seiler, Portfoliomanagement 2005, S. 108.

$$\begin{aligned}
E(r_p) &= \sum_{j=1}^N E(r_j) \cdot x_j \\
\sigma(r_p) &= \sqrt{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij}} \\
\sum_{j=1}^N x_j &= 1 \\
x_j &\geq 0.
\end{aligned}$$

## 2. Risiko- und Performancemaße

Aus den soeben vorgestellten Optimierungsproblemen, basierend auf der klassischen Portfoliotheorie, können die Portfolioanteile für die einzelnen Assetklassen gewonnen werden. Dies impliziert, dass die Volatilität als Risikomaß verwendet wird. Werden anstelle der Volatilität alternative Risikomaße (VaR und CVaR) eingesetzt, ändert sich beim Optimierungsproblem lediglich die Zielfunktion. Die Asset Allocation wird auf Basis weiterer Risikomaße durchgeführt, damit sollen Auswirkungen alternativer Risikomaße in der Asset Allocation analysiert werden. Als Value-at-Risk (VaR) wird der maximaler Verlust ausgedrückt, der in einem bestimmten Zeitraum mit einer vorgegebenen „Sicherheitswahrscheinlichkeit“ (Konfidenzniveau  $1-\alpha$ )<sup>18</sup> nicht überschritten wird. Formal lässt sich der VaR zum Konfidenzniveau  $1-\alpha$  wie folgt definieren<sup>19</sup>:

$$(5) \text{ VaR}(r_j) = F_{(r_j)}^{-1}(\alpha) = z_\alpha.$$

Der Conditional Value-at-Risk (CVaR), auch als Expected Shortfall oder Expected Tail Loss bekannt, findet als Alternative zum VaR immer häufiger Beachtung. Der Conditional Value-at-Risk wird als Quantils-Reserve plus einer Exzess-Reserve interpretiert und ist der erwartete Verlust unter dem VaR<sup>20</sup>:

$$(6) \text{ CVaR}(r_j) = E(r_j | r_j < -\text{VaR}(r_j)).$$

Im Falle von normalverteilten stetigen Renditen der Assetklassen lassen sich analytisch der VaR und der CVaR folgendermaßen berechnen<sup>21</sup>:

<sup>18</sup> In dieser Arbeit wurde ein Konfidenzniveau in der Höhe von 95 Prozent verwendet.

<sup>19</sup> vgl. *Albrecht/Koryciarz*, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie Nr. 142/2003 S. 1.

<sup>20</sup> vgl. *Albrecht/Koryciarz*, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie Nr. 142/2003 S. 2.

<sup>21</sup> vgl. *Albrecht/Koryciarz*, Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie Nr. 142/2003 S. 11.

$$(7) \text{ Value at Risk: } VaR(r_j) = E(r_j) + \sigma(r_j) \cdot z_\alpha$$

mit

$z_\alpha$  = Quantil der Standard-Normalverteilung

$$(8) \text{ Conditional Value at Risk: } CVaR(r_j) = - \left[ E(r_j) + \frac{\varphi(z_\alpha)}{\alpha} \cdot \sigma(r_j) \right]$$

mit

$\varphi(\cdot)$  = Dichtefunktion der Standard-Normalverteilung.

Wird anstelle der Volatilität ein alternatives Risikomaß (VaR oder CVaR) verwendet, so ist es möglich, die Berechnung der Sharpe-Ratio hinsichtlich des Risikomaßes anzupassen. Analytisch lässt sich die Sharpe-Ratio wie folgt beschreiben<sup>22</sup>:

$$(9) \text{ } mSR^{VaR} = \frac{E(r_p) - r}{-VaR + r}$$

$$(10) \text{ } mSR^{CVaR} = \frac{E(r_p) - r}{-CVaR}$$

Zwei weitere Kennzahlen, die bei der Risikoanalyse eine wichtige Rolle spielen, sind „Maximum Drawdown“ und „Time under Water“<sup>23</sup>. „Maximum Drawdown“ ist der maximale Wertverlust, der bei einer Anlage eintritt. Mit dem Begriff „Time under Water“ wird die Zeitspanne bezeichnet, die es braucht, bis nach einer Investition möglicherweise eingetretene Verluste wieder wettgemacht sind. In Abbildung 6 werden diese beiden Begriffe gegenübergestellt.

Alle bisher verwendeten Risiko- und Performancemaße stützen sich auf die Annahme von normalverteilten Renditen der Assetklassen, dies bedeutet, dass die empirische Renditeverteilung einer Normalverteilung der Gaußschen Glockenkurve entsprechen soll. Beim Blick auf die Jarques/Bera-Statistik (siehe Tab. 3) fällt auf, dass neben den Real Estate und den Private Equities auch die Commodities deutlich von dieser Annahme abweichen. Für die Berechnung der Risiko- und Performancemaße besteht der Ausweg nun darin, alternative Risikomaße einzusetzen, bei denen keine bestimmte Verteilungsannahme getroffen wird. Mit Hilfe der Cornish-Fisher-Erweiterung können alternative Risikomaße (modifizierter VaR und modifizierte CVaR) bestimmt werden, die auch die Schiefe und die Excess Kurtosis berücksichtigen<sup>24</sup>. Im Folgenden werden diese Risikomaße näher betrachtet<sup>25</sup>:

<sup>22</sup> vgl. Favre/Galeano, Journal of Alternative Investments 2002 S. 8.

<sup>23</sup> vgl. López de Prado/Peijan, The Journal of Alternative Investments 2003 S. 7.

<sup>24</sup> vgl. Gregoriou/Gueyie, The Journal of Alternative Investments Vol.6/2003 S. 81.

<sup>25</sup> vgl. Favre/Galeano, Journal of Alternative Investments 2002 S. 24.

$$(11) \text{ modifizierter VaR: } mVaR(r_j) = E(r_j) + z_{CF} \cdot \sigma(r_j).$$

$$(12) \text{ modifizierter CVaR: } mCVaR(r_j) = - \left[ E(r_j) + \frac{\varphi(z_{CF})}{N(z_{CF})} \cdot \sigma(r_j) \right]$$

mit

$\varphi(\cdot)$  = Dichtefunktion der Standardnormalverteilung

$N(\cdot)$  = Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

und mit Cornish-Fisher Erweiterung

$$z_{CF} = z_\alpha + \frac{1}{6}(z_\alpha^2 - 1) \cdot S + \frac{1}{24}(z_\alpha^3 - 3z_\alpha) \cdot K - \frac{1}{36}(2 \cdot z_\alpha^3 - 5z_\alpha) \cdot S^2.$$

Desweiteren lassen sich aufgrund der Cornish-Fisher-Erweiterung modifizierte Performancemaße bestimmen<sup>26</sup>:

$$(13) mSR^{mVaR} = \frac{E(r_p) - r}{-mVaR + r}$$

$$(14) mSR^{mCVaR} = \frac{E(r_p) - r}{-mCVaR}.$$

Einen genaueren Überblick über die bisher dargestellten Risiko- und Performancemaße der einzelnen Assetklassen der empirischen Untersuchung gibt Tabelle 4. Für den Beobachtungszeitraum sind sowohl die traditionellen als auch die alternativen Risiko- und Performancemaße für  $\alpha = 5\%$  berechnet worden. Als risikoloser Zinssatz wurde der 1-Monats-EURIBOR vom 31. Oktober 2008 in der Höhe von 4,4 % p.a. verwendet.

### 3. Alternative Schätzer für die erwartete Rendite

Wie bereits aus der Literatur bekannt ist, basiert die klassische Portfoliotheorie auf bestimmten Annahmen, die von der Wissenschaft äußerst kritisch bewertet werden. Als Kritikpunkte gelten<sup>27</sup>:

- Schlechte Out-of-Sample Performance und
- sensitive Ergebnisse in Bezug auf Änderung der Inputparameter. Bereits marginale Veränderungen bei den Renditeerwartungen können große Veränderungen bei den Portfoliogewichten hervorrufen.

<sup>26</sup> vgl. *Gregoriou/Gueyie*, The Journal of Alternative Investments Vol.6/2003 S. 81.

<sup>27</sup> vgl. *Jorion*, Financial Analysts Journal 1992 S. 68ff.

Unter diesen Gesichtspunkten ist nun die Portfoliooptimierung neu zu formulieren, um konsistente und konfidente Asset Allocation-Strukturen für die Portfoliooptimierung zu erhalten.

In der Literatur wird die Verwendung von robusten Schätzern in Form sogenannter „Bayes-Stein“-Shrinkage Estimators (Jorion 1986) als Alternative für die erwarteten Renditen vorgeschlagen. Das Grundprinzip dieser Schätzer besteht darin, dass ein globaler, assetklassen-übergreifender Renditemittelwert als Basis für alle betrachteten Assetklassen gilt, zu dem assetklassen-spezifische Risikoprämien aufgeschlagen werden. Formal lässt sich dies wie folgt darstellen<sup>28</sup>:

$$(15) E(r_j)^{BS} = (1 - w) \cdot E(r_j)^{hist} + w \cdot E(r_{MRP}).$$

Dabei steht  $E(r_j)^{hist}$  für die durchschnittlichen historischen Renditen und  $E(r_{MVP})$  für die Rendite des Minimum-Varianz-Portfolios. Das Minimum-Varianz-Portfolio wird auf Basis der klassischen Portfoliotheorie nach Markowitz mit der Volatilität als Risikomaß (3) berechnet. Der sogenannte Shrinkage-Faktor  $w$ , der die Elemente der ursprünglichen erwarteten Renditen in Abhängigkeit von der Volatilität reduziert, kann formal berechnet werden<sup>29</sup>, wenn davon ausgegangen wird, dass  $T$  die Anzahl der Schätzperioden ist,  $N$  die Anzahl der Assets,  $\mathbf{1}$  steht für einen Vektor aus Einsen und  $\Sigma^{-1}$  ist die Inverse der Varianz-Kovarianz-Matrix<sup>30</sup>:

$$(16) w = \frac{N + 2}{(N + 2) + \left( \langle E(r_j) \rangle - E(r_{MVP}) \mathbf{1} \right)' T \Sigma^{-1} \left( \langle E(r_j) \rangle - E(r_{MVP}) \mathbf{1} \right)}$$

wobei

$$\Sigma = \langle \sigma_{ij} \rangle.$$

Da in der Praxis die Varianz-Kovarianz-Matrix  $\Sigma$  nicht bekannt ist, wird sie ersetzt durch<sup>31</sup>:

$$(17) \hat{\Sigma} = \frac{T - 1}{T - N - 2} \sigma_{ij}.$$

<sup>28</sup> vgl. Jorion, Journal of Financial and Quantitative Analysis 21/1986 S. 285.

<sup>29</sup> vgl. Maurer/Mertz. Mannheimer Manuskripte zu Risikotheorie, 115/1999 S. 12.

<sup>30</sup> vgl. Jorion, Journal of Banking and Finance 15/1990 S. 720.

<sup>31</sup> vgl. Kan/Zhou, Journal of Financial and Quantitative Analysis Vol. 42/2007 S. 632.

Mit Hilfe der erwarteten Renditen für das Minimum-Risk-Portfolio und des Shrinkage-Faktors können die erwarteten Renditen für die Bayes-Stein-Schätzer berechnet werden. Für die Minimum-Varianz-Portfolios und für den Shrinkage-Faktor werden folgende Werte ermittelt:

$$\begin{aligned} E(r_{MVP}) &= 3,18 \% \text{ p.a.} \\ w &= 0,31. \end{aligned}$$

Für den zehnjährigen Betrachtungszeitraum werden die historischen Renditen und die erwarteten Renditen, die mit Hilfe der Bayes-Stein-Schätzer berechnet wurden, in der Tabelle 5 gegenübergestellt. Aus dieser Tabelle ist sehr gut zu erkennen, welchen Einfluss der Faktor  $w$  auf die Berechnung der erwarteten Rendite hat: Hohe erwartete Renditen, wie z.B. bei Hedge Funds (6,89 %), Managed Futures (5,54 %), Real Estate (6,33 %) und Commodities (10,58 %), sinken mit der Berechnung der Bayes-Stein-Schätzer. Geringe erwartete Renditen wie bei Stocks (0,51 %), Bonds (0,33 %) und Private Equities (1,62 %) steigen. Der Shrinkage-Faktor bewirkt also, dass die erwarteten Renditen zur Mitte hin schrumpfen (gute fallen und schlechte steigen).

Eine weitere Alternative zu den historisch basierten Renditeschätzern sind die Renditen nach dem Capital-Asset-Pricing Modell (CAPM Kapitalmarktmodell, Sharpe 1964)<sup>32</sup>:

$$(18) \quad E(r_j)^{CAPM} = r + \underbrace{[E(r_M) - r]}_{\text{Risikoprämie RP}} \cdot \beta_j$$

mit

$r$  = risikoloser Zinssatz

$E(r_M)$  = erwartete Kapitalmarktrendite

$E(r_M) - r$  = erwartete (Kapital-)Marktrisikoprämie

$$\beta_j = \text{Beta-Faktor} = \rho_{jM} \cdot \frac{\sigma_j}{\sigma_M}$$

Für die Berechnung der erwarteten Renditen nach dem Capital-Asset-Pricing-Modell werden die erwartete Rendite  $E(r_M)$  und das Risiko  $\sigma_M$  des Marktportfolios benötigt. Im Marktportfolio sind alle Assets im Verhältnis ihrer Marktwerte enthalten. In der Studie wurden alle Assets aufgrund ihrer Marktkapitalisierungsanteile berücksichtigt. Die Werte für die Marktanteile stammen vom 31. Oktober 2008 aus Thomson Datastream und von der entsprechenden homepage<sup>33</sup>. Der Anteil für die Commodity

<sup>32</sup> vgl. *Spremann*, Portfoliomanagement, 3. Auflage 2006, S. 211.

<sup>33</sup> <http://www.hedgeindex.com>

ties (10 %) wurde, in Anlehnung an Idzorek (2006)<sup>34</sup>, entsprechend kalibriert. Einen genaueren Überblick der Marktanteile, der Betawerte und der zu erwarteten CAPM-Renditen gibt Tab. 6. Für die Berechnungen verwenden wir für die zu erwarteten Kapitalmarktrendite folgenden Wert:

$$E(r_M) = 7,97 \% \text{ p.a.}$$

Dieser Wert wurde derart gewählt, dass die daraus resultierende Risikoprämie für den Aktienmarkt den üblicherweise unterstellten 4 – 5 % p.a. entspricht<sup>35</sup>. Die erwartete (Kapital-)Marktrisikoprämie lässt sich dann aus der erwarteten Rendite des Marktportfolios ( $E(r_M) = 7,97 \%$ ) abzüglich des risikolosen Zinssatzes ( $r = 4,4 \%$ ) berechnen.

Als dritte und in der Praxis weit verbreitete Alternative zur Schätzung der Parameter wird das Black-Litterman-Modell (1992)<sup>36</sup> zur Portfoliooptimierung herangezogen. Die Idee dieses Ansatzes ist, dass marktgleichgewichtige erwarteten Renditen mit individuellen subjektiven Renditeprognosen („Views“) verbunden werden. Damit lassen sich ökonomisch besser abgestützte und vor allem stabilere Portfoliogewichte ableiten. Diese marktgleichgewichtigen erwarteten Renditen werden, vergleichbar mit dem Capital-Asset-Pricing-Modell (CAPM), aus dem Marktportfolio abgeleitet. Das Marktportfolio stellt somit die Benchmark dar. Kennt man die aktuellen Marktkapitalisierungen der einzelnen Assetklassen, lassen sich die impliziten Gleichgewichtsrenditen mittels Reverser Optimierung (Umkehroptimierung) ermitteln. Diese Gleichgewichtsrenditen  $E(r_j^{\text{implizit}})$  dienen als „neutrale“ Referenzrenditen, welche mit subjektiven Renditeprognosen („Views“) für das globale Portfolio kombiniert werden. Die Stärke des Black-Litterman-Modells ist, dass neutrale Renditeerwartungen mit subjektiven Renditeprognosen kombiniert werden. Dadurch erfolgt eine konsistente Anpassung der Renditeerwartung an subjektive Markteinschätzungen. Der Ansatz ist dabei sehr flexibel, so können Meinungen von Experten über erwartete Renditen einbezogen werden. Die größte Schwierigkeit besteht darin, dass Experten nicht nur die Richtung und Höhe der Renditeprognosen festlegen müssen, sondern auch die Güte der Prognose quantifizieren müssen<sup>37</sup>. Die Einschätzungen von Experten können sowohl absolut als auch relativ angegeben werden, wobei es nicht unbedingt erforderlich ist, für jede Assetklasse eine Prognose abzugeben. Wird für eine Assetklasse eine Prognose abgegeben, so wird in der ersten Zeile in der Prognosematrix  $P$  eine Eins eingetragen. Die restlichen Spalten enthalten folglich ausschließlich Nullen. In dieser empirischen Untersuchung wurde die Prognosematrix  $P$  so ge-

---

<sup>34</sup> vgl. Idzorek, Ibbotson Association 2006.

<sup>35</sup> vgl. Damodaran, Damodaran on Valuation, 2nd Edition 2006, S. 42.

<sup>36</sup> vgl. Black/Litterman, Financial Analysts Journal 1992 S. 28-44.

<sup>37</sup> vgl. Feilke/Gürtler, IF Working Paper Series, IF27/2008 S.6.

wählt, dass für jede Assetklasse eine absolute Prognose abgegeben wurde. Die Prognosematrix  $P$  kann formal definiert werden<sup>38</sup>:

$$(19) P = \begin{pmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k,1} & \cdots & p_{k,n} \end{pmatrix}.$$

Für unsere Studie mit sieben unterschiedlichen Assetklassen kann die Prognosematrix wie folgt dargestellt werden:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Es stellt sich nun die Frage, wie das Vertrauen, das in die subjektiven Renditen gesetzt wird, berücksichtigt werden kann. Dies geschieht mit der Varianz-Kovarianz-Matrix der Schätzfehler  $\Omega$ . Je höher der Schätzfehler, umso größer die Prognosegüte des Experten – in dieser Studie wurde die Wahrscheinlichkeit mit 90 % angenommen. Vereinfachend wird im Black-Litterman-Modell unterstellt, dass die Prognosefehler unabhängig verteilt sind, in diesem Fall ist  $\Omega$  eine Diagonalmatrix mit Nullen in allen außerdiagonalen Positionen. Es wird nun davon ausgegangen, dass die Varianz-Kovarianz-Matrix der erwarteten Renditen proportional zur historischen Varianz-Kovarianz-Matrix ist, welche mit  $\Sigma$  bezeichnet wird. Die Varianz-Kovarianz-Matrix kann als bekannt vorausgesetzt werden und wird historisch geschätzt<sup>39</sup>. Das Vertrauen, dass ein Investor der Benchmark entgegenbringt, kann durch den Parameter  $\tau$  gemessen werden. Ein kleiner Wert kann als hohes Vertrauen des Investors in die Benchmark interpretiert werden – in dieser Studie wurde ein Wert von 0,1 (= 1/Beobachtungszeitraum in Jahren)<sup>40</sup> angenommen. Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Schätzfehler  $\Omega$  lässt sich wie folgt darstellen<sup>41</sup>:

<sup>38</sup> vgl. *Idzorek*, Unpublished Work 2005 S 11.

<sup>39</sup> vgl. *Drobtz* 2002 S. 11ff., in: Dichtl, H./Kleeberg, J.M./Schlenger, C. (Hrsg.): *Handbuch Asset Allocation: innovative Konzepte zur systematischen Portfolioplanung*, Bad Soden/Ts., S. 203-239.

<sup>40</sup> vgl. *Fabozzi/Focardi/Kolm*, *Financial Modeling of the Equity Market – From CAPM to Cointegration* 2006, S. 197.

<sup>41</sup> vgl. *Idzorek*, Unpublished Work 2005 S. 15.

$$(20) \Omega = \begin{pmatrix} (p_1 \cdot \Sigma \cdot p_1') \cdot \tau & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & (p_k \cdot \Sigma \cdot p_k') \cdot \tau \end{pmatrix}$$

Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Schätzfehler  $\Omega$  für diese Studie ergibt sich somit als:

$$\Omega = \begin{pmatrix} 0,0025 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0008 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0010 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,0017 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0027 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0065 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,0036 \end{pmatrix}.$$

Die erwarteten Renditen für die Markowitz Portfoliooptimierung lassen sich somit aus den Linearkombinationen der impliziten Renditen mit subjektiven „Views“ des Investors unter Berücksichtigung des Vertrauens (Konfidenzniveau = 90 %) des Investors in seine „Views“ berechnen<sup>42</sup>:

$$(21) E(r_i^{BL}) = \sum_j w_{ij}^{views} \cdot E(r_j^{views}) + \sum_j w_{ij}^{implizit} \cdot E(r_j^{implizit}).$$

Die zwei Gewichtungsmatrizen  $w_{ij}^{views}$  und  $w_{ij}^{implizit}$  sind definiert als<sup>43</sup>:

$$(22) w_{ij}^{views} = [(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} P' \Omega^{-1} P$$

$$(23) w_{ij}^{implizit} = [(\tau \Sigma)^{-1} + P' \Omega^{-1} P]^{-1} (\tau \Sigma)^{-1},$$

wobei

$$w_{ij}^{views} + w_{ij}^{implizit} = 1.$$

<sup>42</sup> vgl. Fabozzi/Focardi/Kolm, Financial Modeling of the Equity Market – From CAPM to Cointegration 2006, S. 291.

<sup>43</sup> vgl. Fabozzi/Focardi/Kolm, Financial Modeling of the Equity Market – From CAPM to Cointegration 2006, S. 291.

Hat der Investor vollstes Vertrauen in seine subjektiven „Views“, also  $w_{ij}^{views} = 1$  und  $w_{ij}^{implizit} = 0$ , entsprechen die erwarteten Renditen des Black-Litterman-Modells genau den impliziten Renditen. Stimmen das Vertrauen des Investors mit den subjektiven „Views“ nicht überein,  $w_{ij}^{views} = 0$  und  $w_{ij}^{implizit} = 1$ , erhält man für die erwarteten Renditen mit den Black-Litterman-Schätzern genau die erwarteten Renditen des Capital-Asset-Pricing-Modells (CAPM).

Für diese empirische Studie lassen sich folgende Werte für  $w_{ij}^{views}$  und  $w_{ij}^{implizit}$  berechnen:

$$\langle w_{ij}^{views} \rangle = \begin{pmatrix} 0,3316 & 0,0712 & 0,1547 & -0,0469 & 0,1511 & 0,1126 & 0,0339 \\ 0,0240 & 0,3525 & 0,2491 & 0,0537 & 0,0107 & -0,0140 & 0,0036 \\ 0,0605 & 0,2888 & 0,2850 & 0,1133 & -0,0004 & 0,0393 & 0,0067 \\ -0,0322 & 0,1091 & 0,1987 & 0,4327 & 0,0005 & -0,0245 & 0,0223 \\ 0,1645 & 0,0347 & -0,0010 & 0,0007 & 0,3943 & 0,0855 & 0,0188 \\ 0,3000 & -0,1108 & 0,2673 & -0,0952 & 0,2091 & 0,3460 & 0,0983 \\ 0,0500 & 0,0156 & 0,0251 & 0,0480 & 0,0254 & 0,0544 & 0,4731 \end{pmatrix}$$

$$\langle w_{ij}^{implizit} \rangle = \begin{pmatrix} 0,6684 & -0,0712 & -0,1547 & 0,0469 & -0,1511 & -0,1126 & -0,0339 \\ -0,024 & 0,6475 & -0,2491 & -0,0537 & -0,0107 & 0,0140 & -0,0036 \\ -0,0605 & -0,2888 & 0,7515 & -0,1133 & 0,0004 & -0,0393 & -0,0067 \\ 0,0322 & -0,1091 & -0,1987 & 0,5673 & -0,0005 & 0,0245 & -0,0223 \\ -0,1645 & -0,0347 & 0,0010 & -0,0007 & 0,6057 & -0,0855 & -0,0188 \\ -0,3000 & 0,1108 & -0,2673 & 0,0952 & -0,2091 & 0,6540 & -0,0983 \\ -0,0500 & -0,0156 & -0,0251 & -0,0480 & -0,0254 & -0,0544 & 0,5269 \end{pmatrix}$$

In Tabelle 7 werden für alle Assetklassen die impliziten erwarteten Renditen und die erwarteten BL-Renditen dargestellt. Aufgrund der aktuellen Marktsituation, im speziellen der dramatischen Situation auf den Kapitalmärkten in den letzten Monaten, wurden für diese empirische Studie die subjektiven Renditeprognosen („Views“) für alle sieben Assetklassen mit konstanten 7,97 % p.a. angenommen. Die Berechnung erfolgte auf Basis eines 90%igem Vertrauens des Investors in seine „Views“.

Alle beschriebenen Alternativen zur Schätzung der erwarteten Renditen lassen sich in der Asset Allocation einsetzen und mit den historischen Schätzern vergleichen. Tabelle 8 fasst deshalb die erwarteten Renditen für alle vier Schätzmethode nochmals zusammen. Aus dieser Tabelle ist sehr gut zu erkennen, worauf vorhin bereits näher eingegangen wurde. Erwartete Renditen, die mit Hilfe der Bayes-Stein-Schätzer berechnet wurden, weisen eine zu den historisch berechneten erwarteten Renditen hohe Ähnlichkeit auf. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei Bayes-Stein-Schätzern das Minimum-

Varianz-Portfolio (15) berücksichtigt wird. Ebenso bei CAPM- und Black-Litterman-Schätzern (21). Auch hier ist der Zusammenhang klar erkennbar.

Ziel dieser Studie ist auch, Einflüsse der höheren Momente in Verbindung mit verschiedenen Risikomaßen und unterschiedlichen Risikoschätzern auf die Asset Allocation aufzuzeigen. Dazu wird der Frage nachgegangen, welche Assetklassen in welchem Umfang in einem effizienten globalen Portfolio bei unterschiedlichen Risikomaßen und bei verschiedenen Renditeschätzern enthalten sind. Ausgangspunkt der Betrachtungen bildet dabei ein Basisportfolio mit nur zwei Assetklassen, nämlich mit Stocks und Bonds.

#### **IV. Asset Allocation**

Das Ausgangsszenario ist ein traditionelles Portfolio mit Stocks und Bonds. Sind für ein Gesamtportfolio nur diese zwei Assetklassen zur Verfügung und verwendet man für die Berechnung die Volatilität als Risikomaß, ergibt sich für den Beobachtungszeitraum ein Minimum-Varianz-Portfolio mit einem Anteil von 15,31 % Stocks und 84,69 % Bonds (siehe Abb. 7). Die erwartete Rendite beträgt für dieses Portfolio 0,36 % p.a. und die Volatilität 8,81 % p.a.

Es stellt sich nun die Frage, wie gut solch ein Portfolio im Vergleich zu einer risikolosen Anlageform ist. Dazu wird der 1Monats-Euribor (Datenquelle: Thomson Datastream) für denselben Beobachtungszeitraum (November 1998 bis Oktober 2008) herangezogen und die Durchschnittsrendite berechnet. Beim Blick auf die Tabelle 9 ist ersichtlich, dass eine risikolose Anlageform für einen Investor eine wesentlich höhere Rendite (durchschn. Rendite = 1,2 % p.a.) erbringt als ein Minimum-Varianz-Portfolio mit nur zwei Assetklassen (erwartete Rendite = 0,36 % p.a.).

Das durchaus erstaunliche Ergebnis war der Grund dafür, dass das Ausgangsportfolio, bestehend aus Stocks und Bonds, um weitere fünf Investmentklassen (Hedge Funds, Managed, Futures, Real Estate, Private Equities und Commodities) erweitert wurde. Für diese Studie werden für die Asset Allocation Anlagerestriktionen für die einzelnen Assetklassen festgelegt, die als Nebenbedingungen direkt in die Asset Allocation eingehen. Der Grund dafür liegt darin, dass Investoren mit geringer Risikoneigung sicherheitsorientierter investieren als Investoren mit höherer Risikoneigung. Diese Anlegerpräferenzen und Anlagerestriktionen sollten bei einer optimalen Asset Allocation berücksichtigt werden.

**Traditionelle Investments:**

Stocks max. 40 %

Bonds unbeschränkt

**Alternative Investments:**

Hedge Funds max. 25 %

Managed Futures max. 25 %

Real Estates max. 40 %

Private Equities max. 40 %

Commodities max. 40 %

Um die vorhin genannten Einflüsse (höhere Momente, unterschiedliche Risikomaße und verschiedene Risikoschätzer) auf eine Asset Allocation nachzuweisen, ist es sinnvoll, globale Portfolios miteinander zu vergleichen. Tabelle 10 und 11 geben einen Überblick der berechneten Portfolios (Minimum-Risk-Portfolios und Tangentialportfolios).

Anhand dieser Berechnungen kann nun gezeigt werden, welchen Einfluss unterschiedliche Risikomaße auf globale Portfolios haben. Beim Vergleich der Minimum-Risk-Portfolios lassen sich die Portfoliogewichte sehr gut miteinander vergleichen (siehe Tab. 10), wenn die Volatilität als Risikomaß gewählt wird. Stocks, Hedge Funds und Private Equities haben keinen Anteil im Minimum-Risk-Portfolio. Ferner haben die festgelegten Anlagerestriktionen keine Auswirkungen auf die Portfoliogewichte. Alle verwendeten Assetklassen fallen unter diese Grenze. Bei Anwendung der Volatilität als Zielfunktion bei der Portfoliooptimierung kann festgehalten werden, dass ungeachtet welche Art der Berechnung für die erwartete Rendite angewendet wird, deckungsgleiche Portfolios geschaffen werden. Somit ist eine Berechnung mit alternativen Renditeschätzern in diesem Fall nicht zielführend.

Verwendet man anstelle des traditionellen Risikomaßes ein alternatives Risikomaß, z.B. den Value at Risk, sind die Ergebnisse der Minimum-Risk-Portfolios zweigeteilt. Minimum-Risk-Portfolios, die mit historischen Schätzern und Bayes-Stein-Schätzern berechnet wurden, und Portfolios, die mit CAPM-Schätzern und Black-Litterman-Schätzern berechnet wurden. Portfolios, die mit historischen Schätzern und Bayes-Stein-Schätzern ermittelt wurden, weisen eine annähernd gleiche Portfoliogewichtung auf. Der Grund liegt darin, wie bereits vorhin erwähnt, dass Bayes-Stein-Schätzer auf historische Schätzer Bezug nehmen. So ist es kaum verwunderlich, dass die Portfolios miteinander vergleichbar sind. Bei beiden Berechnungsarten für die erwarteten Renditen sind Hedge Funds und Managed Futures mit ihren maximalen Anteilen von 25 % enthalten, die restlichen 50 % teilen sich Bonds, Real Estate und Commodities. Stocks und Private Equities sind wie bereits bei der Berechnung mit dem traditionellen Risikomaß nicht im Portfolio enthalten. Portfolios, die mit CAPM-Schätzern und Black-Litterman-Schätzern ermittelt wurden und als Zielfunktion den VaR haben, weisen ebenfalls nahezu identische Portfolioanteile auf. Die eingesetzten Anlagerestriktionen für die Portfoliogewichte spielen

bei diesem Fall keine Rolle. Am stärksten vertreten, mit ca. 58 % sind Bonds. Stocks und Private Equities sind nicht enthalten.

Wird der Conditional Value at Risk als Risikomaß eingesetzt, sind die Minimum-Risk-Portfolios ebenfalls zweigeteilt. Minimum-Risk-Portfolios, die mit historischen und Bayes-Stein-Schätzern berechnet wurden, und Minimum-Risk-Portfolios, die mit CAPM und Black-Litterman-Schätzern berechnet wurden. Die Portfoliogewichte bei CAPM und Black-Litterman sind nahezu identisch. Bonds sind mit über 58 % enthalten. Den zweitgrößten Anteil mit ca. 20 % haben Managed Futures. Die restlichen 22 % teilen sich Real Estate und Commodities.

Fasst man die Ergebnisse der Minimum-Risk-Portfolios kurz zusammen, so ist zu erkennen, dass unabhängig welche Schätzer für die erwartete Rendite verwendet werden, Real Estate in keinem einzigen Minimum-Risk-Portfolio enthalten sind, Bonds weisen immer den größten Anteil auf. Die Anlegerbeschränkungen können bei der Berechnung der Minimum-Risk-Portfolios unberücksichtigt bleiben, sie haben keine relevanten Einflüsse auf die Portfoliogewichte.

Zusätzlich können die Ergebnisse der Minimum-Risk-Portfolios unter dem Aspekt von normalverteilten bzw. nicht-normalverteilten Renditen der Assetklassen betrachtet werden. Vergleicht man den VaR mit dem mVaR, so sind die Portfolioaufteilung und die zu erwartete Rendite weitgehend gleich. Aus dieser Sicht ist es nicht nötig, eine Unterscheidung zwischen normalverteilten und nicht-normalverteilten Renditen zu tätigen. Zur selben Erkenntnis kommt man, wenn anstatt dem CVaR der mCVaR in die Zielfunktion eingesetzt wird. Auch beim Tangentialportfolio (Tab. 11) spielt es keine Rolle, ob eine Differenzierung zwischen normal- bzw. nicht-normalverteilten Renditen getroffen wird. Die Portfolioaufteilungen und die zu erwarteten Renditen sind weitgehend identisch. Diese Ergebnisse belegen, dass sowohl die Schiefe als auch die Exzess Kurtosis keine erwähnenswerte Bedeutung für effiziente globale Portfolios haben. Sowohl im Minimum-Risk-Portfolio als auch im Tangentialportfolio ergeben sich kaum Unterschiede, ob von normalverteilten oder nicht-normalverteilten Renditen ausgegangen wird. Zusammenfassend muss festgehalten werden, dass die Berücksichtigung der höheren Momente bei einer Asset Allocation nicht zielführend ist und darauf verzichtet werden kann.

Unterschiede ergeben sich bei den Tangentialportfolios, wenn mit alternativen Schätzern (CAPM-Schätzern und Black-Litterman-Schätzern) gerechnet wird. Werden für die Berechnung der Tangentialportfolios historische Schätzer oder Bayes-Stein-Schätzer verwendet, unterscheiden sich die Portfoliogewichte kaum voneinander. Sowohl bei Hedge Funds als auch bei Commodities kommen die Obergrenzen (25 % bei Hedge Funds und 40 % bei Commodities) für die Portfolioanteile zum Tragen. Aufgrund der schlechten Performance der letzten Jahre ist es kaum überraschend, dass Stocks, aber

auch Bonds und Private Equities keine Anteile besitzen. Die Tangentialportfolios bestehen in diesem Fall nur aus alternativen Investments. Es spielt auch keine Rolle, welche Risikomaße als Zielfunktion eingesetzt werden. Sowohl bei historischen Schätzern als auch bei Bayes-Stein-Schätzern sind die Portfoliogewichte und die erwartenden Renditen im Tangentialportfolio nahezu identisch. Verwendet man die CAPM-Schätzer für die Berechnung der erwarteten Renditen, nehmen Bonds zusammen mit Stocks mehr als 80 % der Portfoliogewichte ein. Die restlichen zwanzig Prozent werden auf Managed Futures, Real Estate, Private Equities Commodities aufgeteilt. Beim Tangentialportfolio mit den CAPM-Schätzern sind Stocks mit ihrem maximalen Wert von 40 %, also mit der festgelegten Obergrenze, enthalten.

Bei der Analyse mittels dem Black-Litterman-Schätzern erhält man ein sehr diversifiziertes Portfolio. Durch eine Kombination aus traditionellen (66 %) und alternativen (34 %) Investments erhält man eine gute Mischung der Assets. Außer Private Equities sind alle Assetklassen im Tangentialportfolio vertreten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass diese Assetklasse in den letzten zehn Jahren eine Volatilität von über 25 % p.a. aufweist und deshalb für gut diversifizierte Portfolios eher ungeeignet ist. Unabhängig welches Risikomaß als Zielfunktion eingesetzt wird, sind die Portfolios ausgeglichen. Die Ergebnisse für die zu erwartende Rendite und das Risiko sind nahezu identisch, auch bei unterschiedlichen Risikomaßen. Die festgelegten Anlagerestriktionen sind nicht relevant, alle Portfoliogewichte der Assets sind unter diesen Grenzen. Die Black-Litterman-Schätzer erweisen sich auf Grund ihrer Kombination aus CAPM-Schätzern und individuellen subjektiven Renditeprognosen als gute Alternative zu den historisch basierten Renditeschätzern.

Grafisch (siehe Abb. 8) können für die Volatilität als Risikomaß alle vier Berechnungen für die unterschiedlichen erwarteten Renditen die Effizienzkurven dargestellt werden. In der Grafik sind für alle sieben Assets die erwartete Rendite und die Volatilität pro Jahr eingezeichnet. Berechnet wurden diese mit historischen Schätzern. Als risikoloser Zinssatz wird der 1Monats-Euribor vom 31. Oktober 2008 in der Höhe von 4,4 % p.a. verwendet. Abbildung 8 zeigt, was bereits aus Tabelle 10 und 11 mittels berechneter Werte nachgewiesen werden konnte. Die Minimum-Risk-Portfolios für historische Schätzer und für Bayes-Stein-Schätzer stimmen überein (erwartete Rendite = 3,02 % p.a und Volatilität = 8,02 % p.a.). Minimum-Risk-Portfolios von CAPM und Black-Litterman sind annähernd identisch. Bei den Tangentialportfolios sind die Volatilitätswerte und die Werte für erwartete Renditen annähernd gleich, unabhängig davon welche Schätzer herangezogen werden.

Einen übersichtlicheren Eindruck erhält man, wenn diese Tangentialportfolios grafisch dargestellt werden. Zum Vergleich werden zwei Tangentialportfolios gegenübergestellt. Das Tangentialportfolio, welches mit historischen Schätzern ermittelt wurden (Abb. 9) und jenes, das mit Black-Litterman-

Schätzern berechnet wurde (Abb. 10). Das Tangentialportfolio, das mit historischen Schätzern ermittelt werden, besteht ausschließlich aus alternativen Investments, Stocks und Bonds sind nicht enthalten. Dies ist darauf zurückzuführen, dass Stocks, aber auch Bonds in den letzten Jahren eine sehr schlechte Performance aufweisen (siehe Abb. 4). Bei genauer Betrachtung der Abbildung 4 ist ersichtlich, dass Stocks und Bonds beim Ranking der letzten zehn Jahre wesentlich schlechter abgeschnitten haben als alternative Investments. So ist es kaum verwunderlich, dass das Ergebnis mit historischen Schätzern einen Extremfall darstellt. Im Gegensatz dazu, stellt sich das Tangentialportfolio dar, welches mit Black-Litterman-Schätzern eruiert wurde. Durch die Kombination aus CAPM-Schätzern und individuellen subjektiven Prognosen ergibt sich ein wesentlich diversifizierteres Portfolio. Außer der Private Equities sind alle Investmentmöglichkeiten enthalten. Werden anstatt historische Schätzer Black-Litterman-Schätzer für die erwarteten Renditen verwendet, so kann bei einer annähernd gleichen erwarteten Rendite (ca. 8 % p.a.), das Risiko von 11 % p.a. auf 8,5 % p.a. reduziert werden.

Welchen Anteil welche Assetklasse hat, zeigen Abb. 11 und 12. Sowohl in Abbildung 11 (optimal Portfoliogewichtung für historische Schätzer) als auch in Abbildung 12 (optimale Portfoliogewichtung für Black-Litterman-Schätzer) können, abhängig von der erwarteten Rendite, die auf der x-Achse eingezeichnet werden, die Anteile im Portfolio abgelesen werden. Je nach Höhe der erwarteten Renditen ergeben sich unterschiedliche Portfolioaufteilungen, beginnend mit dem Minimum-Risk-Portfolio hin zum Portfolio mit maximaler erwarteter Rendite. Aus diesen Grafiken ist sehr gut zu erkennen, wie sich mit zunehmender erwarteter Rendite die Portfolioaufteilung verändert.

## **V. Abschließende Bemerkungen**

Der Beobachtungszeitraum hat gezeigt, dass vor allem der Aktienmarkt sehr unter den Krisen gelitten hat. Einen Ex post-Vergleich der internationalen Aktienmärkte mit den Tangentialportfolios gibt Abb. 13. Für den Beobachtungszeitraum November 1998 und Oktober 2008 wird gezeigt, dass durch eine optimale Asset Allocation mit traditionellen und alternativen Investments eine wesentlich höhere Rendite erreicht werden kann als ein Einzelinvestment in Stocks, unabhängig welche Schätzer für die erwartete Rendite herangezogen werden. Hätte man zum Beispiel 100 Euro 1998 in ein gemischtes globales Portfolio (also sowohl in traditionelle als auch alternative Investments) angelegt, so wäre diese Investition nach zehn Jahren bereits 222,55 Euro wert. Im Vergleich dazu würden diese 100 Euro bei einer Anlage nur in internationalen Aktien 123,59 wert sein, also um fast 45 % weniger als bei einer globalen Asset Allocation. Daraus lässt sich ableiten, dass vor allem alternative Investments hohes Diversifikationspotential besitzen. Dies ist auch darauf zurückzuführen, dass vor allem alternative Investments eine geringere Korrelation zu traditionellen Anlagemöglichkeiten aufweisen (siehe Tab.

2). Damit entwickeln sie sich unabhängig von den traditionellen Anlageformen und sind daher marktneutraler.

Diese Erkenntnis gilt auch in Krisenzeiten (siehe Abb. 14 und 15). Gerade in Zeiten, in denen internationale Aktienmärkte starke Rückschläge zu verzeichnen haben, z.B. in der Dot.com Krise oder in der aktuellen Subprime-Krise, erweisen sich gemischte globale Portfolios als wertstabiler und somit krisenresistenter. Bei einem Vergleich der Wertentwicklung während und nach der Dot.com-Krise mit Stocks und einem gemischtem globalem Portfolio (Abb. 14) wird es besonders deutlich, dass eine Veranlagung in ein gemischtes globales Portfolio wesentlich wertstabiler ist als eine einzelne Assetklasse. Dabei spielt es keine Rolle, welche Berechnungsmethode für die erwarteten Renditen verwendet wird. Sowohl historische Schätzer als auch alternative Schätzer sind wesentlich wertstabiler. Diesen Effekt zeigt auch Abbildung 14. Betrachtet man ausschließlich die Zeit in der Dot.com-Krise, so ist der Unterschied zwischen einem gemischtem globalem Portfolio und den internationalen Aktienmärkten immens. Während Aktienmärkte substantielle Verluste erlitten (der Wert fiel um mehr als 50 % von September 2001 – März 2003), blieben globale Portfolios, durch eine gute Mischung aus traditionellen und alternativen Investments, beinahe unberührt. Der Wert eines Portfolios hat sich von September 2001 bis März 2003 kaum verändert. Beobachtet man die aktuelle Subprime-Krise, so kommt man zum gleichen Ergebnis. Auch hier (Abb. 15) ist sehr gut ersichtlich, dass eine Veranlagung in ein gut diversifiziertes Portfolio wesentlich besser ist als eine Veranlagung in nur eine einzelne Assetklasse. Für die Zeit vom Juni 2007 bis November 2008 zeigt Abbildung 15, dass durch die aktuelle Finanzkrise internationale Aktienmärkte Verluste erleiden müssen. Seit Juli 2007 haben Stocks um mehr als 35,5 % an Wert verloren. Bei einem globalen gemischtem Portfolio hingegen gab es kaum Verluste. Damit kann nochmals festgehalten werden, dass vor allem in Krisenzeiten globale diversifizierte Portfolios wertstabiler sind und von Wertverlusten auf den internationalen Aktienmärkten kaum beeinflusst werden.

## **VI. Zusammenfassung**

Ausgehend von einem traditionellen Portfolio mit Stocks (Aktien) und Bonds (Anleihen) werden in dieser Studie erstmals zahlreiche Alternative Investments (wie Hedge Funds, Managed Futures, Real Estate (Immobilien), Private Equities und Commodities (Rohstoffe) einem globalen Portfolio beige-mischt. Zusätzlich wurden unterschiedliche Risikomaße (Volatilität, VaR, CVaR, mVaR und mCVaR) mit verschiedenen Schätzern für die erwarteten Renditen (historische Schätzer, Bayes/Stein-Schätzer, CAPM-Schätzer und Black/Litterman-Schätzer) kombiniert und die so berechneten Minimum-Risk-Portfolios und Tangentialportfolios anhand von Daten für den Zeitraum von 1. November 1998 bis 31.

Oktober 2008 aus der Perspektive eines Euro-Investors untersucht und miteinander verglichen. Auf diese Weise können auch Einflüsse verschiedenen Risikomaßen und unterschiedliche Risikoschätzer in Verbindung mit höheren Momenten auf die Asset Allocation nachgewiesen werden. Die Ergebnisse dieser empirischen Studie zeigen eindeutig, dass alternative Investments eine gute Möglichkeit sind, um einem globalen Portfolio beigemischt zu werden. Dies ist auch darauf zurückzuführen, dass gerade solche Investments eine geringe Korrelation zu traditionellen Anlagemöglichkeiten, wie z.B. Stocks und Bonds, aufweisen. Aus diesem Grund sind Alternative Investments, wie wir in Abb. 1 bis 3 gesehen haben, besonders bei extremen Kurseinbrüchen auf internationalen Aktienmärkten wertstabiler. Somit kann zusammengefasst werden, dass Portfolios mit Alternative Investments wesentlich diversifizierter sind und durch die optimale Kombination mit traditionellen Investments eine gute Basis für die globale Asset Allocation darstellen.

Desweiteren zeigen die Ergebnisse dieser Studie, dass eine Differenzierung zwischen normalverteilten und nicht normalverteilten Renditen keine nennenswerten Auswirkungen auf die Portfoliogewichte haben, die Aufteilung der Portfolios war annähernd identisch. Als gute Alternative für die historischen Renditeschätzer erweisen sich Black-Litterman-Schätzer. Mit Hilfe der Black-Litterman-Schätzer kann ein gut differenziertes Portfolio erreicht werden, das sowohl traditionelle als auch alternative Investments beinhalten und besonders in Krisenzeiten wertstabiler ist.

### Oktober 2008

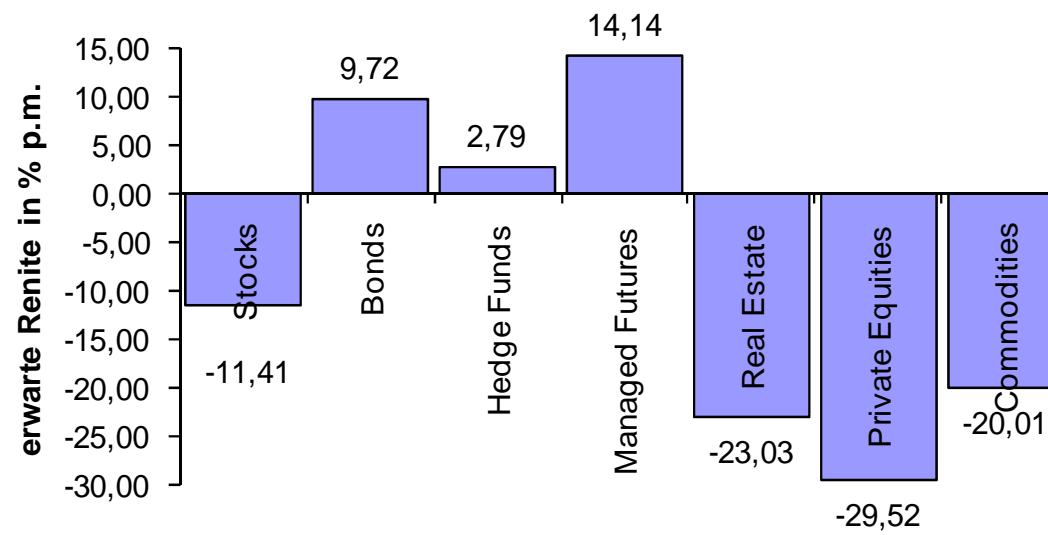


Abb. 1: Wertentwicklung der Assetklassen in Krisenzeiten

## Juni 2002

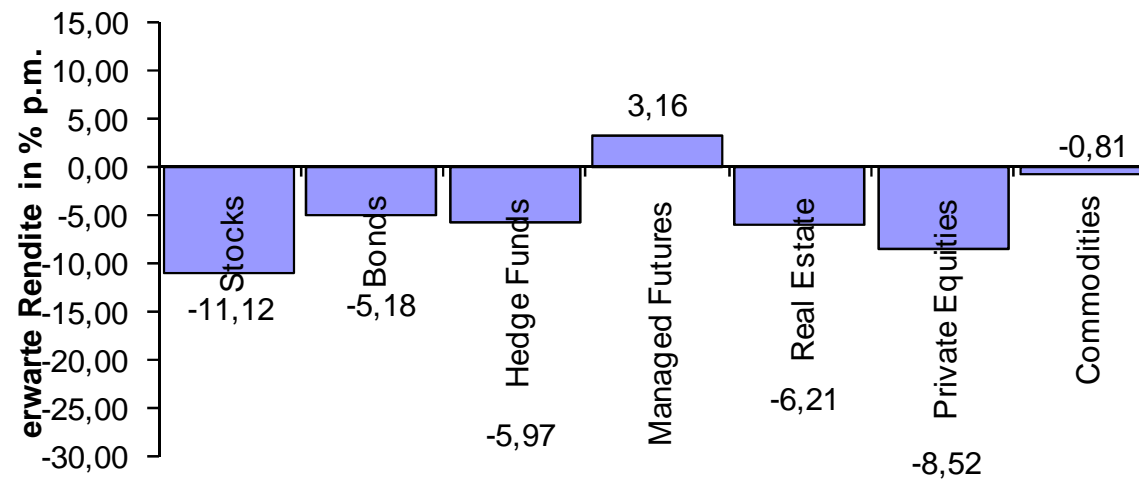


Abb. 2: Wertentwicklung der Assetklassen in Krisenzeiten

### Dezember 2002

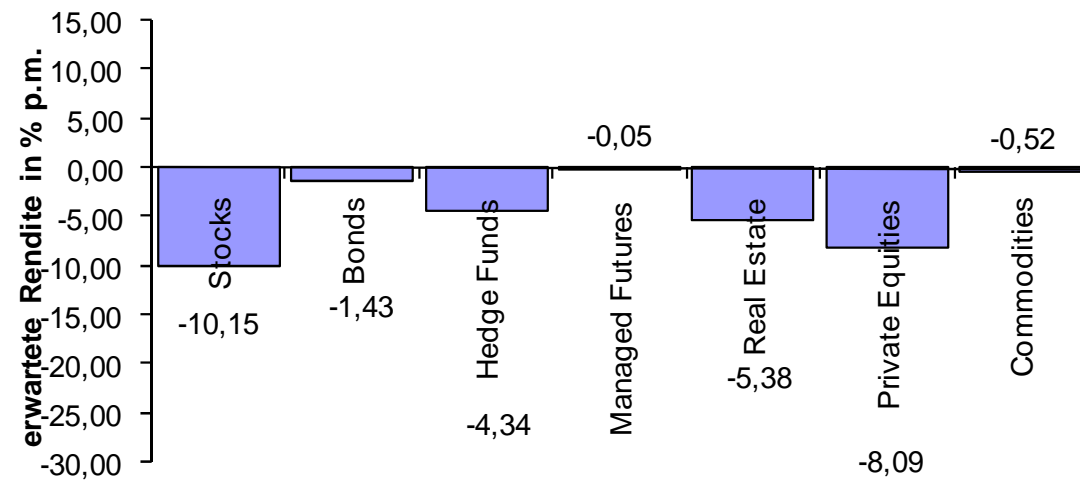


Abb. 3: Wertentwicklung der Assetklassen in Krisenzeiten

	von Nov. 1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	bis Okt. 2008
best	Stocks 89,51%	Private Equities 94,15%	Commodities 31,28%	Managed Futures 5,23%	Commodities 11,64%	Commodities 12,90%	Private Equities 22,34%	Private Equities 33,39%	Real Estate 24,09%	Commodities 15,92%	Managed Futures 29,93%
	Private Equities 36,07%	Commodities 44,65%	Real Estate 20,26%	Hedge Funds 3,76%	Managed Futures 2,60%	Managed Futures 0,41%	Real Estate 15,75%	Commodities 32,82%	Private Equities 12,42%	Hedge Funds 1,51%	Bonds 15,51%
	Hedge Funds 31,55%	Stocks 37,13%	Hedge Funds 12,56%	Bonds 3,58%	Real Estate -5,36%	Bonds -12,31%	Stocks 10,69%	Real Estate 28,53%	Stocks 7,52%	Stocks -1,19%	Hedge Funds -3,93%
	Managed Futures 11,21%	Hedge Funds 34,93%	Bonds 12,21%	Real Estate -1,63%	Hedge Funds -7,88%	Hedge Funds -13,43%	Commodities 9,36%	Stocks 23,53%	Hedge Funds 1,84%	Managed Futures -4,48%	Commodities -26,91%
	Bonds 11,17%	Real Estate 21,25%	Managed Futures 11,98%	Stocks -12,75%	Bonds -12,97%	Real Estate -13,65%	Hedge Funds -4,04%	Hedge Funds 20,54%	Managed Futures -3,40%	Bonds -9,40%	Stocks -41,00%
	Real Estate 6,26%	Bonds 12,63%	Stocks -6,01%	Commodities -24,57%	Stocks -26,29%	Private Equities -35,95%	Managed Futures -5,18%	Managed Futures 13,09%	Commodities -8,14%	Private Equities -15,86%	Real Estate -53,93%
worst	Commodities -61,82%	Managed Futures 10,86%	Private Equities -36,78%	Private Equities -32,39%	Private Equities -27,24%	Stocks -38,17%	Bonds -14,86%	Bonds 12,36%	Bonds -12,30%	Real Estate -17,54%	Private Equities -73,87%

Abb.4: Ranking der Assetklassen nach Jahresrenditen

# Kursreihen in EUR

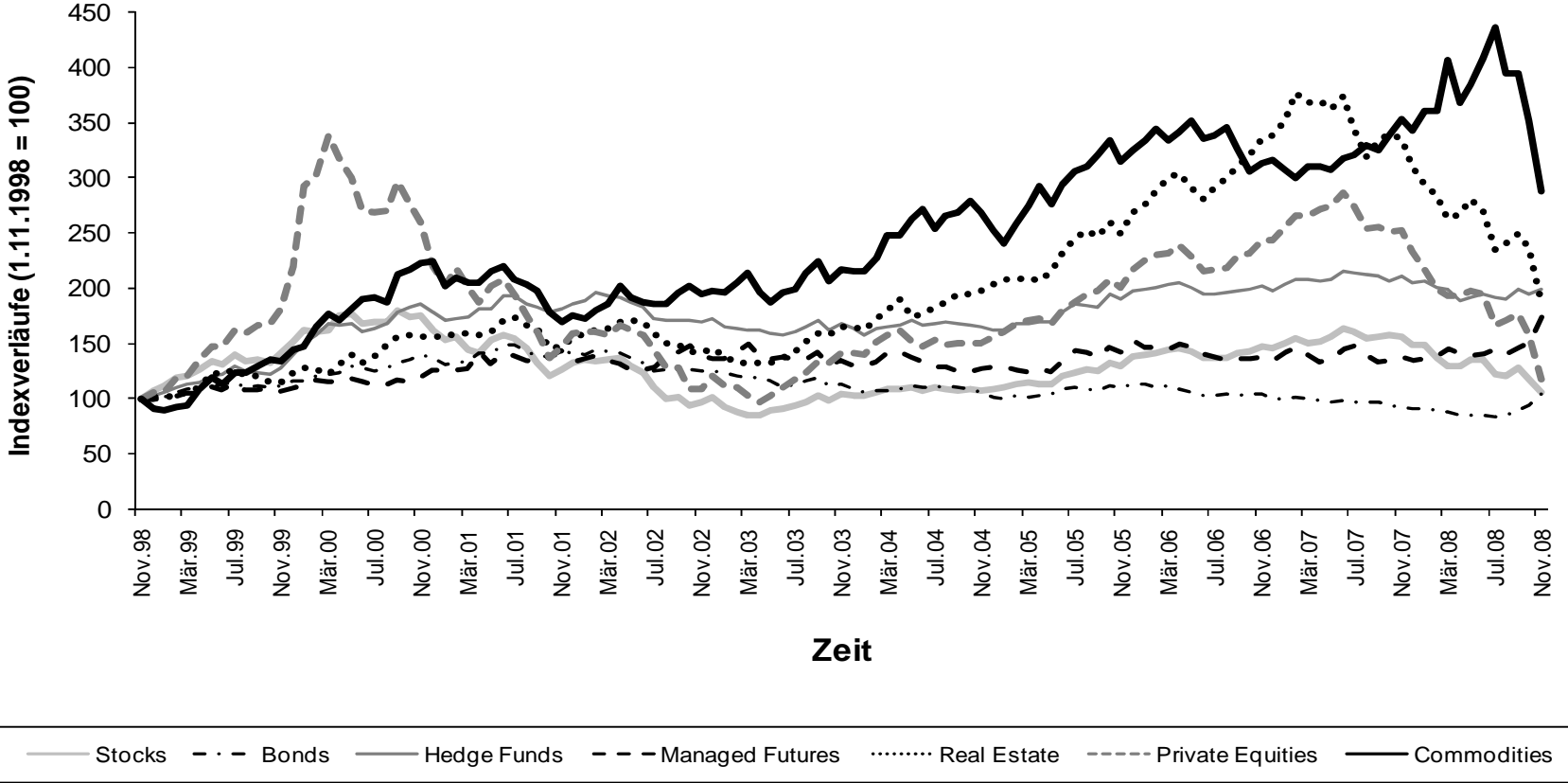


Abb. 5: Historischer Verlauf der Indizes - November 1998 bis Oktober 2008

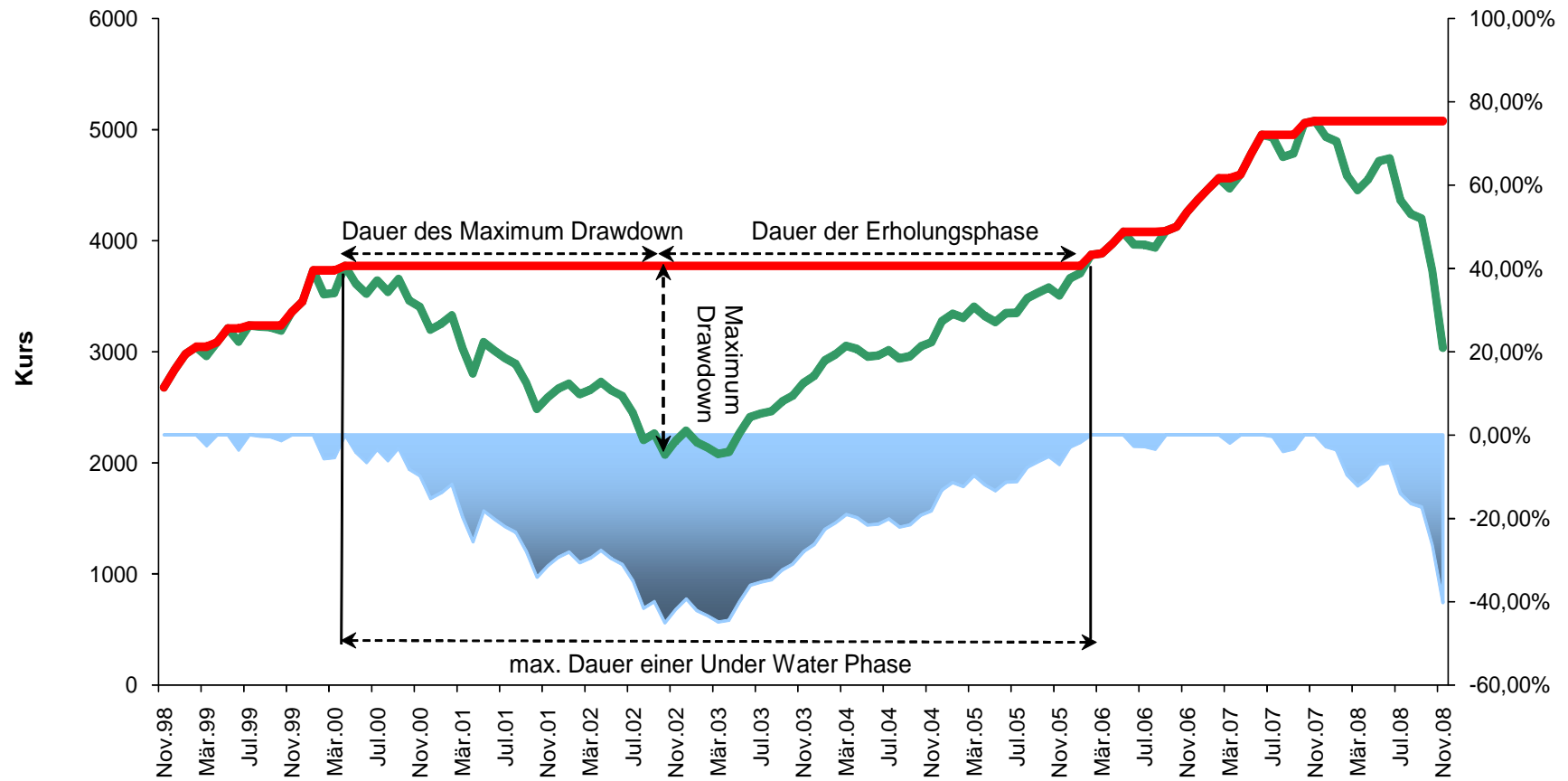


Abb. 6: Maximum Drawdown und Time under Water

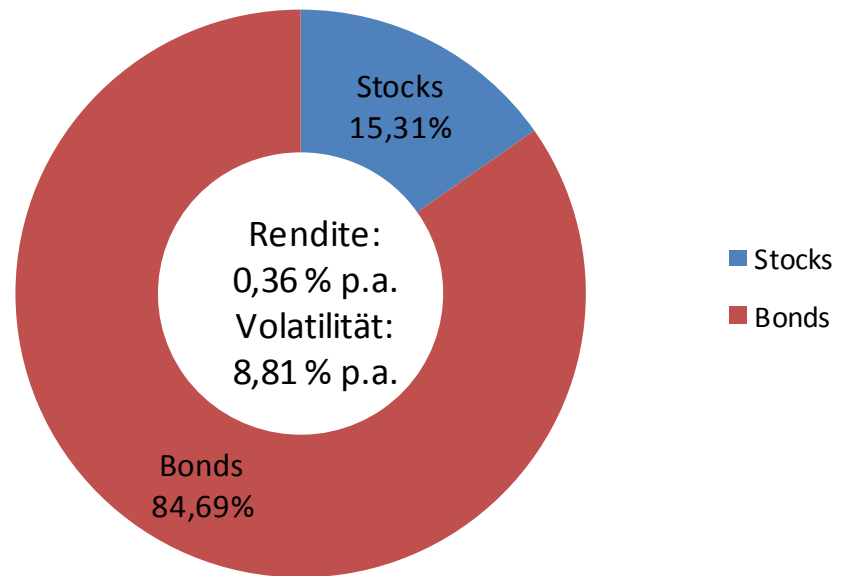


Abb. 7: Minimum-Varianz-Portfolio des Portfolios mit Stocks und Bonds

### mit Obergrenzen für Portfoliogewichte

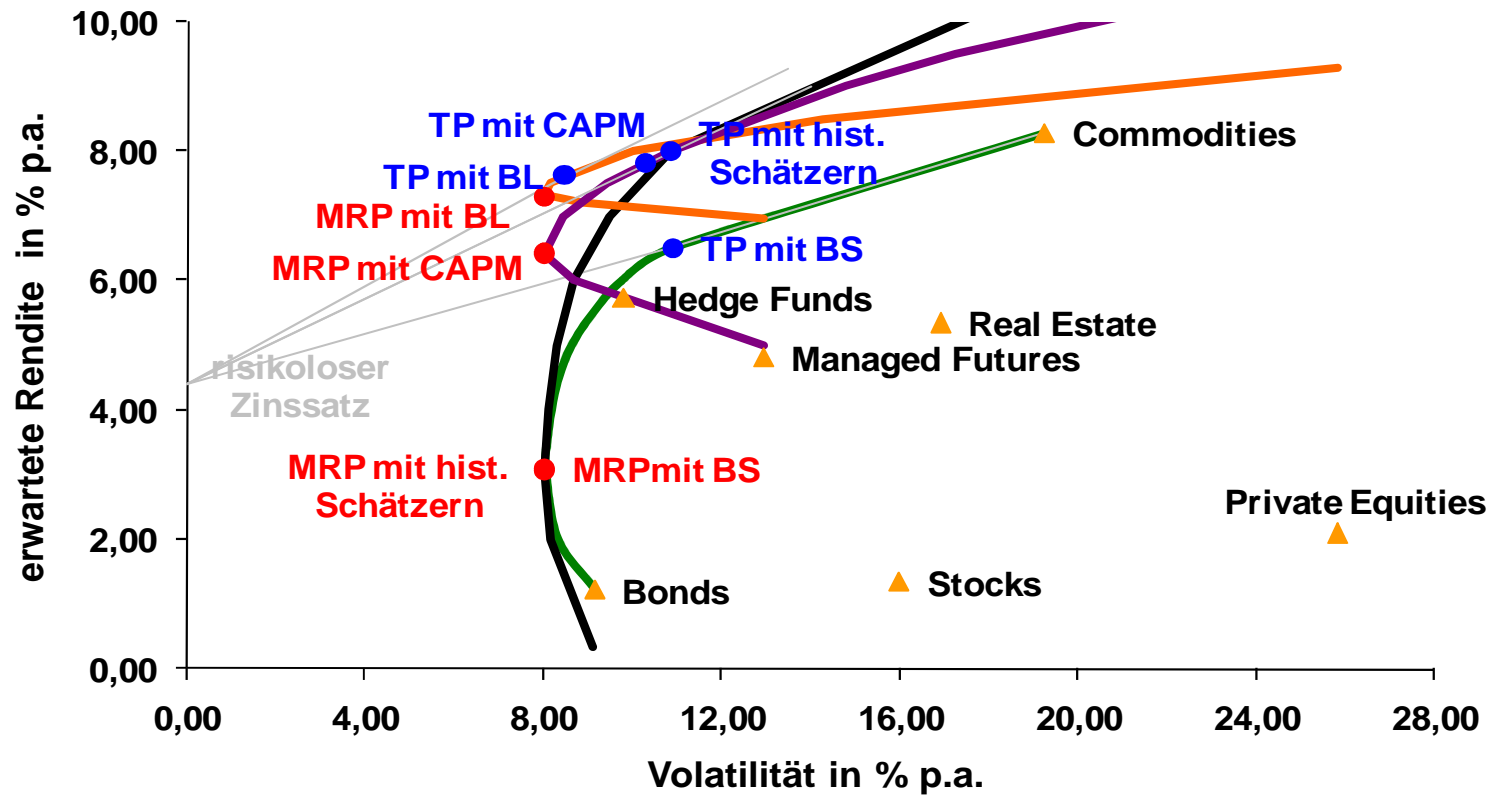


Abb. 8: Effizienzkurven mit Volatilität als Risikomaß für unterschiedliche Schätzer für die erwarteten Renditen

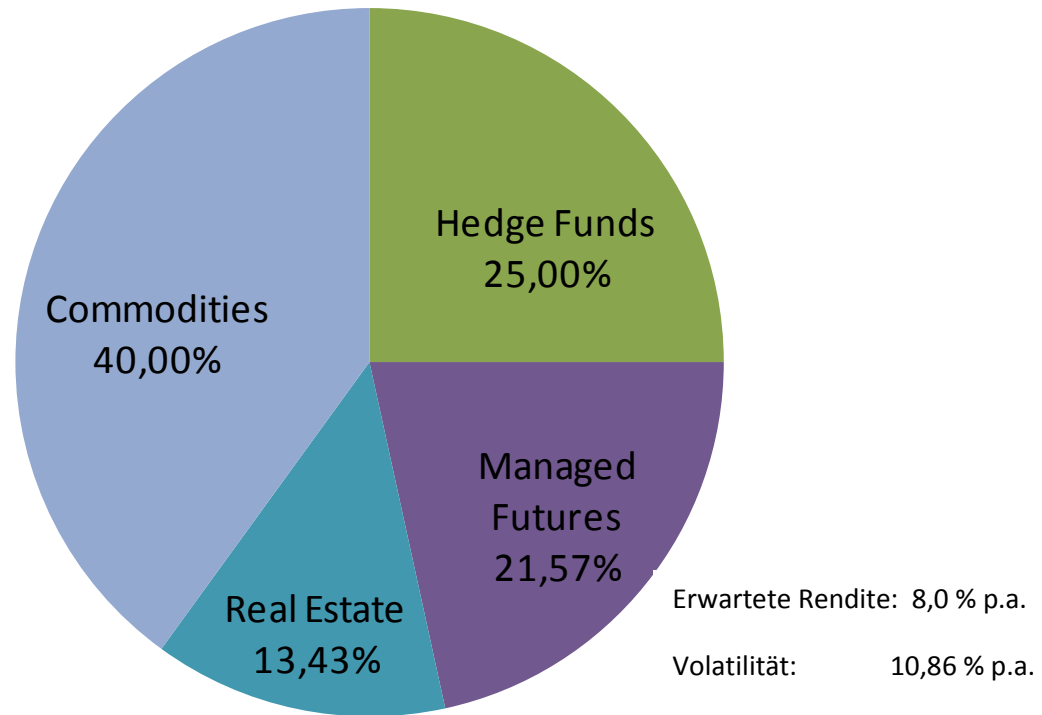


Abb. 9: Tangentialportfolio mit historischen Schätzern für die erwarteten Renditen

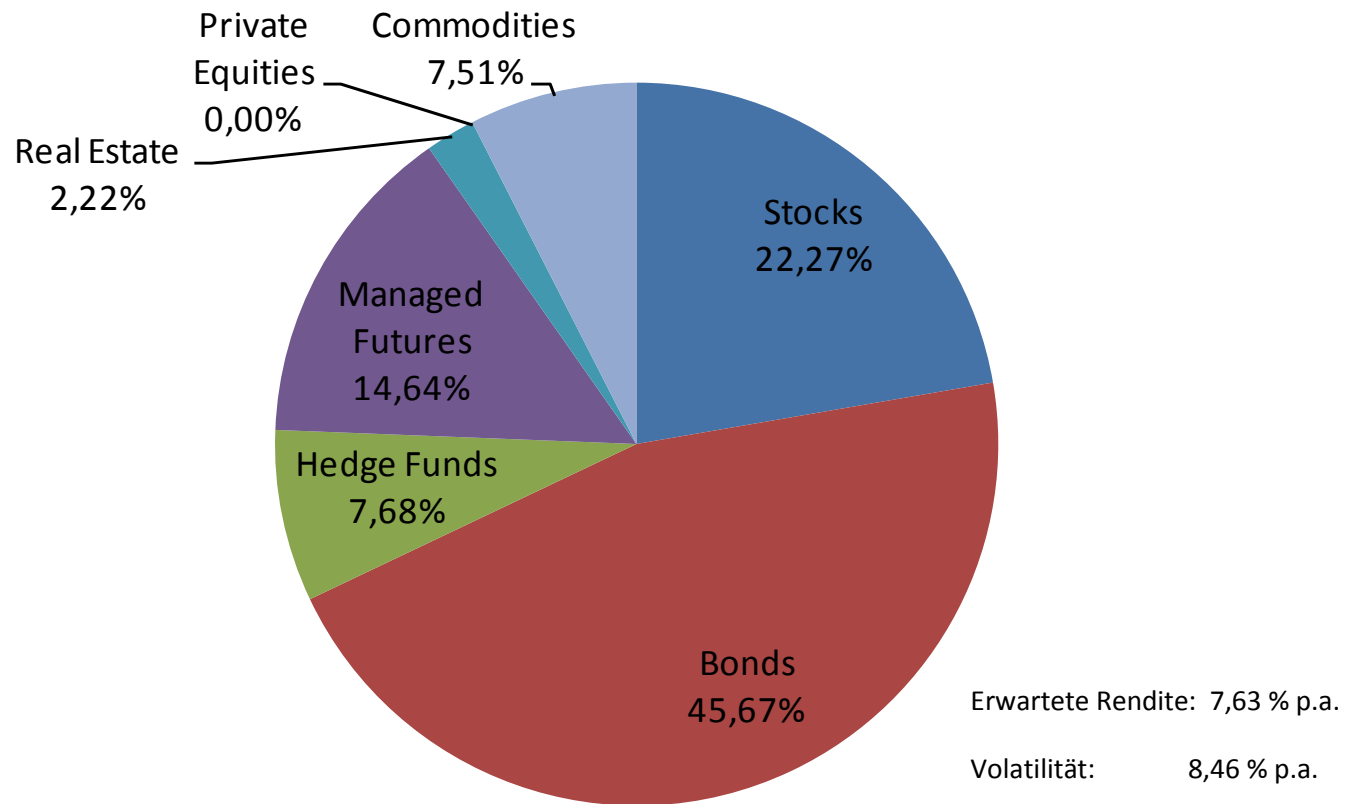


Abb. 10: Tangentialportfolio mit Black-Litterman-Schätzern für die erwarteten Renditen

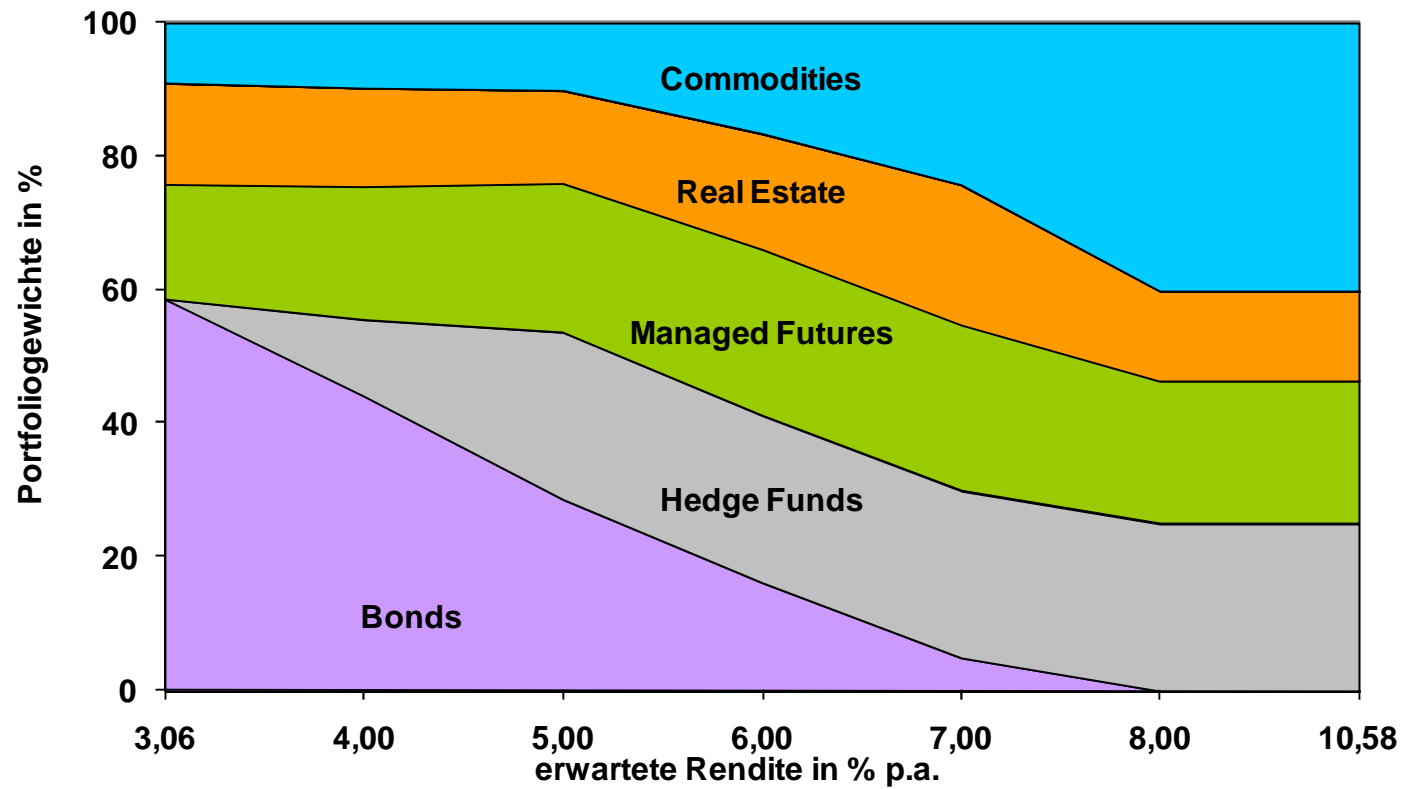


Abb. 11: Optimale Portfoliogewichtung für historische Schätzer

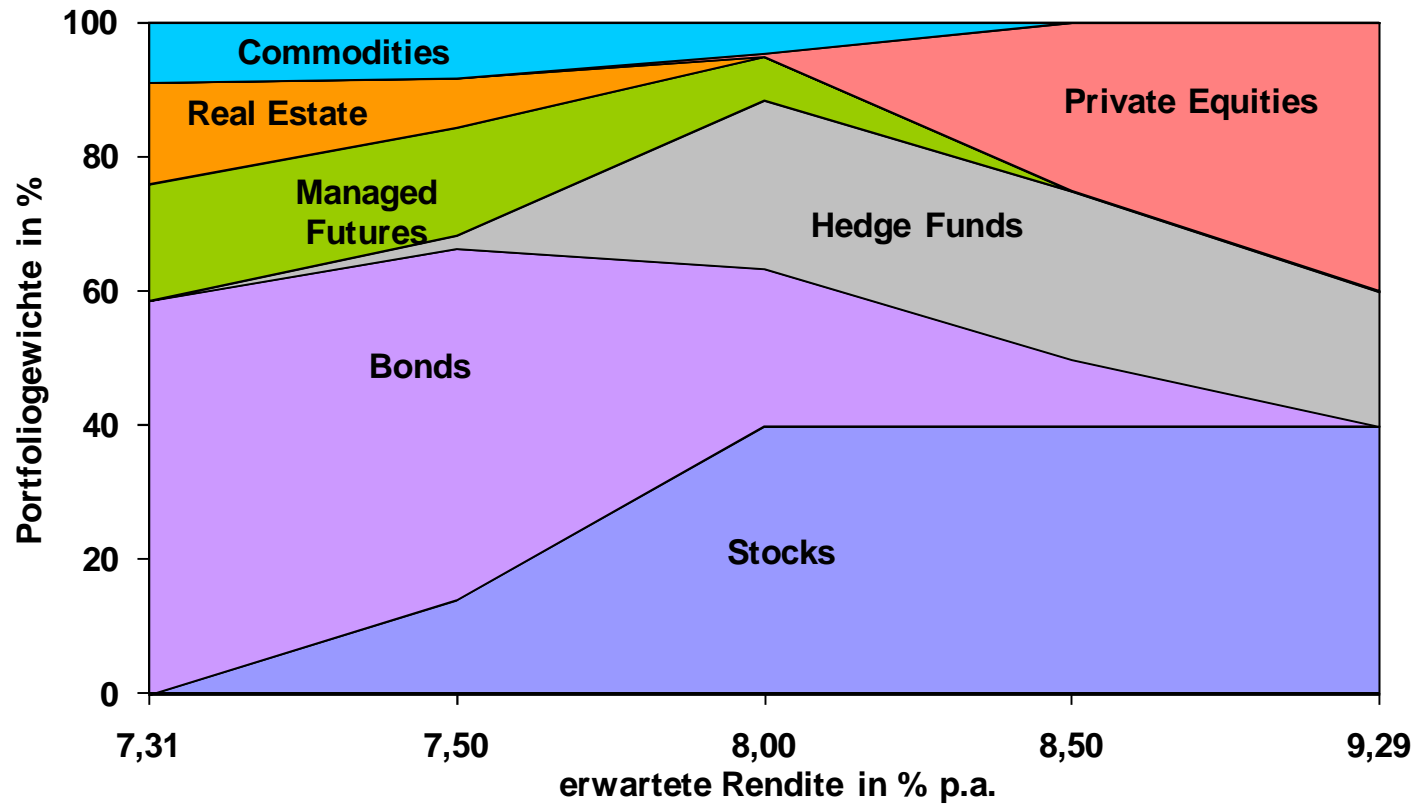


Abb. 12: Optimale Portfoliogewichtung für Black-Litterman-Schätzer

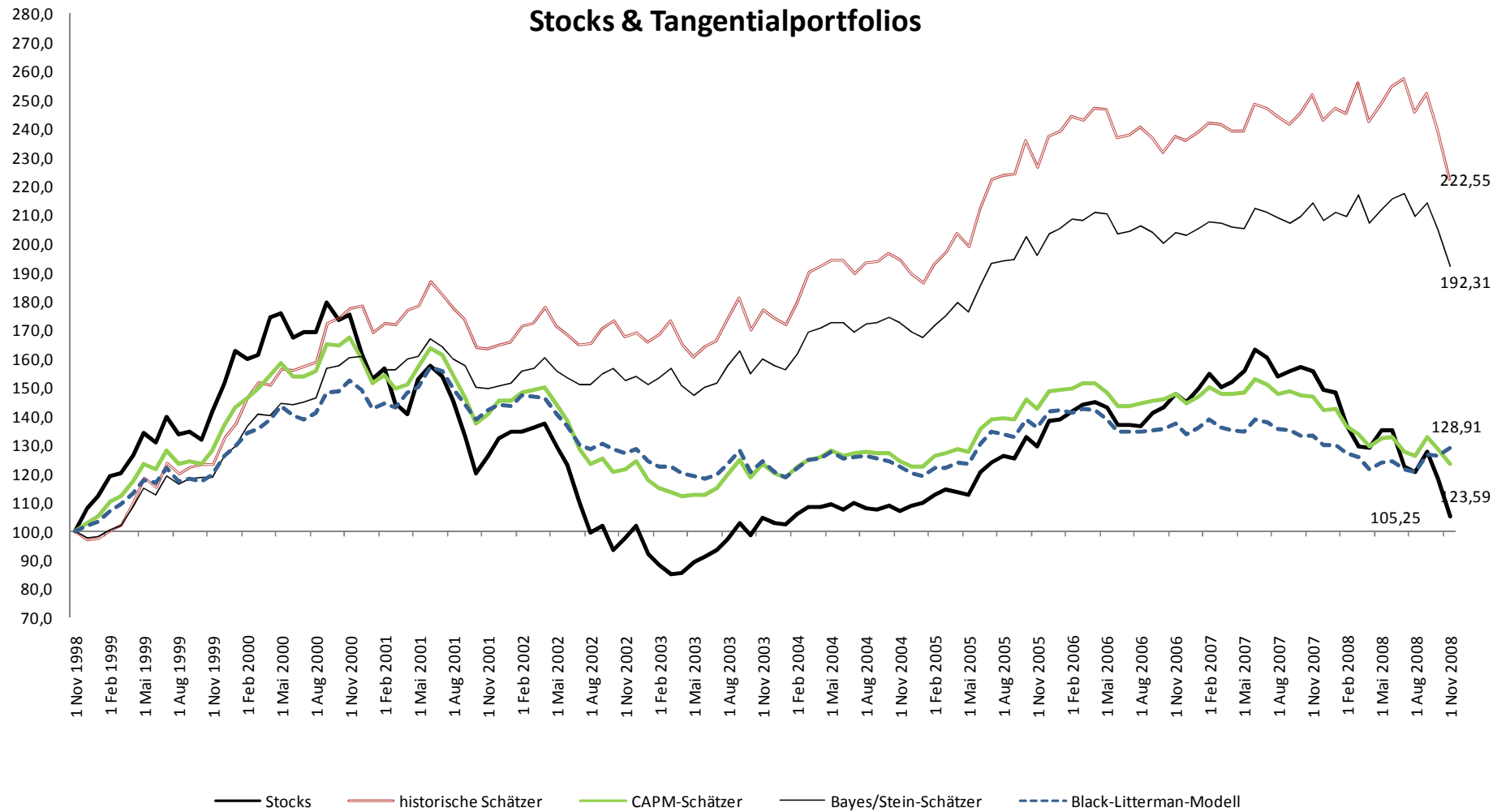


Abb. 13: Stocks und Tangentialportfolios im Überblick – November 1998 bis Oktober 2008

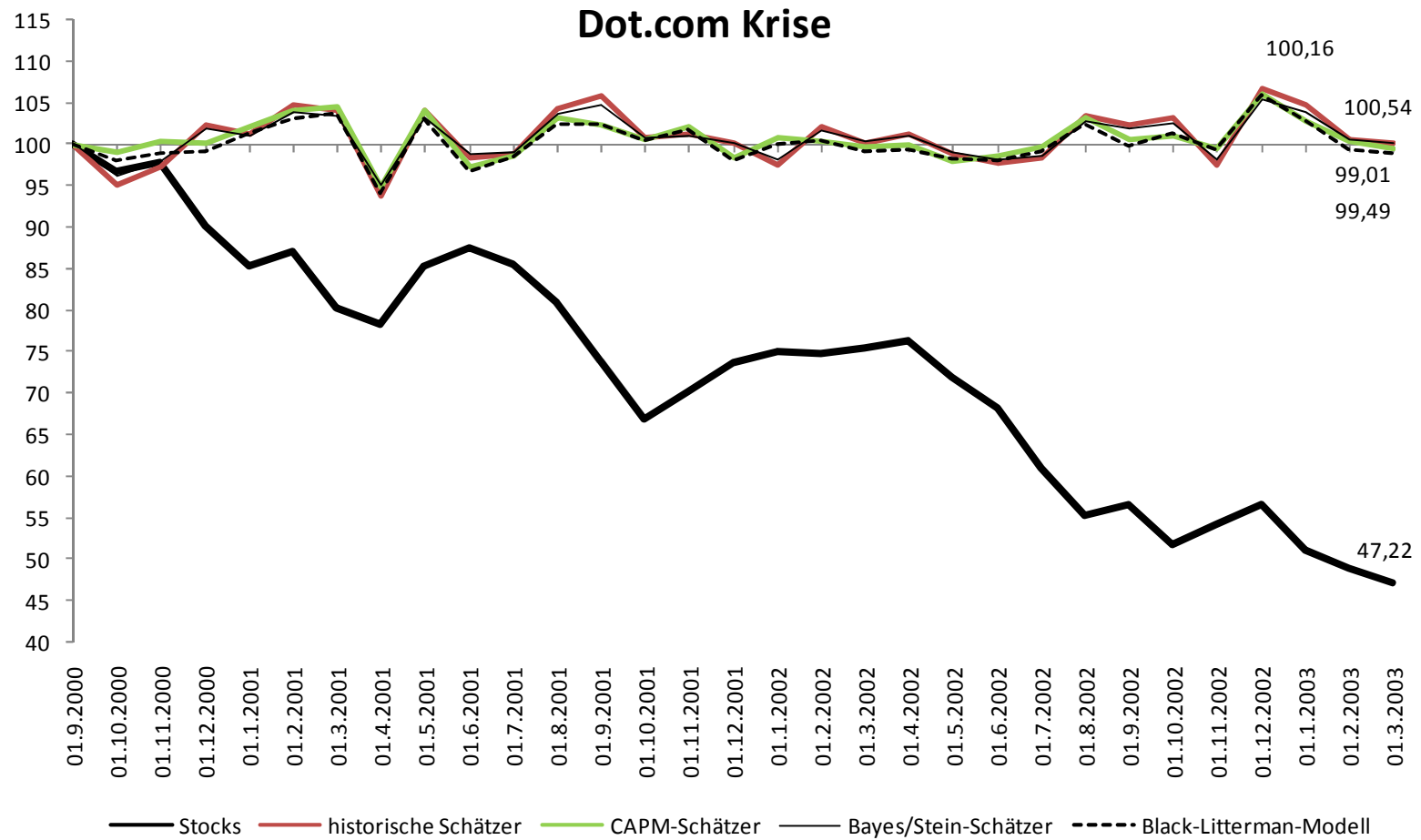


Abb. 14: Auswirkungen der Dot.com Krise

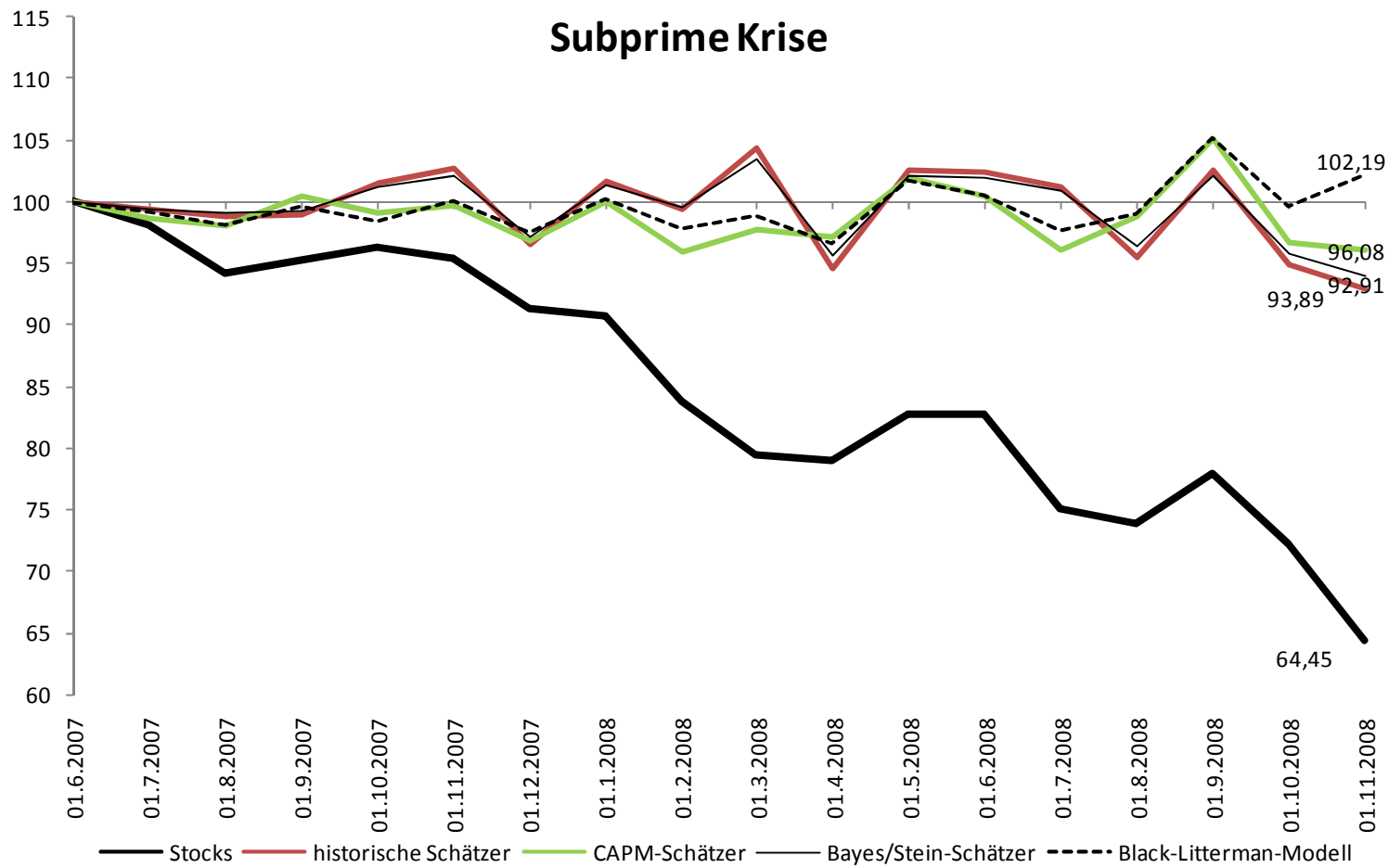


Abb. 15: Die aktuelle Subprime Krise

<b>Anlagemöglichkeiten</b>			
<b>Traditionelle Investments</b>		<b>Alternative Investments</b>	
<b>Assetklasse</b>	<b>Datenbasis</b>	<b>Assetklasse</b>	<b>Datenbasis</b>
Stocks	MSCI World	Hedge Funds	CS/Tremont/Hedge Funds
Bonds	Barclay's (vormals Lehman Brothers) Global Aggregate Index	Managed Futures	CS/Tremont/Managed Futures Index
		Real Estate	FTSE/EPRA Global Real Estate
		Private Equities	LPX50
		Commodities	Jim Rogers Commodity Index

Tab. 1: Traditionelle und Alternative Anlagemöglichkeiten

Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR							
	Stocks	Bonds	Hedge Funds	Managed Futures	Real Estate	Private Equities	Commodities
Stocks	1						
Bonds	0,312	1					
Hedge Funds	0,634	0,748	1				
Managed Futures	-0,010	0,479	0,432	1			
Real Estate	0,719	0,160	0,425	-0,023	1		
Private Equities	0,817	0,111	0,568	-0,093	0,695	1	
Commodities	0,319	0,122	0,383	0,138	0,257	0,390	1

Tab. 2: Korrelationsmatrix in EUR

Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR							
	Stocks	Bonds	Hedge Funds	Managed Futures	Real Estate	Private Equities	Commodities
Mittelwert in % p.a.	0,51	0,33	6,89	5,54	6,33	1,62	10,58
Volatilität in % p.a.	15,97	9,13	9,78	12,92	16,90	25,81	19,25
Mittelwert in % p.m.	0,04	0,03	0,57	0,46	0,53	0,14	0,88
Volatilität in % p.m.	4,61	2,64	2,82	3,73	4,88	7,45	5,56
Minimum in % p.m.	-11,41	-6,16	-5,97	-8,15	-23,03	-29,52	-20,01
Maximum in % p.m.	8,43	9,72	8,87	14,14	11,64	28,61	15,81
Schiefe	-0,5285	0,3941	0,3134	0,3887	-1,3746	-0,2791	-0,5391
Excess Kurtosis	-0,1359	0,7440	0,0470	0,7590	4,0892	2,9228	1,1701
N	120	120	120	120	120	120	120
JB-Test auf Normalverteilung	5,68	5,87	1,98	5,90	121,40	44,27	12,66
p-Value *	0,058	0,053	0,372	0,052	0,000	0,000	0,002
normalverteilt	Ja	Ja	Ja	Ja	Nein	Nein	Nein

\*Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 5 \%$

Tab. 3: Statistische Analyse der Assetklassen in EUR

Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR							
	Stocks	Bonds	Hedge Funds	Managed Futures	Real Estate	Private Equities	Commodities
Max. Drawdown in %	52,78	43,84	19,37	16,96	50,12	71,36	33,88
Dauer in Monaten	30	84	23	26	21	37	4
von	01.10.2000	01.08.2001	01.03.2002	00.01.1900	01.07.2008	01.04.2000	01.01.2001
bis	01.03.2003	01.07.2008	01.11.2005	01.05.2005	01.11.2008	01.04.2003	01.11.2001
Under Water - Dauer in Monaten	98	88	45	34	31	104	37
von	01.10.2000	01.08.2001	01.03.2002	01.01.2006	01.08.2001	01.04.2000	01.01.2001
bis	01.11.2008	01.11.2008	01.11.2005	01.10.2008	01.02.2004	01.11.2008	01.01.2004
<b>Risiko- und Performancemaße für <math>\alpha = 5\%</math> in % p.a.</b>							
analyt. VaR	-25,76	-14,68	-9,20	-15,71	-21,48	-40,84	-21,08
modified VaR	-28,12	-13,50	-8,31	-14,05	-26,09	-41,32	-23,47
analyt. CVaR	-33,46	-19,16	-27,07	-32,20	-41,19	-54,86	-50,29
modified CVaR	-35,50	-18,15	-26,30	-30,78	-45,21	-55,28	-52,36
SR	-0,24	-0,45	0,25	0,09	0,11	-0,11	0,32
mSR <sup>analyt.VaR</sup>	-0,13	-0,21	0,18	0,06	0,07	-0,06	0,24
mSR <sup>mVaR</sup>	-0,12	-0,23	0,20	0,06	0,06	-0,06	0,22
mSR <sup>analyt.CVaR</sup>	-0,12	-0,21	0,09	0,04	0,05	-0,05	0,12
mSR <sup>mCVaR</sup>	-0,11	-0,22	0,09	0,04	0,04	-0,05	0,12

Tab. 4: Maximum Drawdown, Time under Water, Risiko- und Performancemaße

Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR							
	Stocks	Bonds	Hedge Funds	Managed Futures	Real Estate	Private Equities	Commodities
historische Rendite in % p.a.	0,51	0,33	6,89	5,54	6,33	1,62	10,58
Bayes-Stein-Schätzer in % p.a.	1,34	1,22	5,74	4,81	5,35	2,11	8,29

Tab. 5: Historische Renditen und Bayes-Stein-Schätzer

<b>Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR</b>							
	<b>Stocks</b>	<b>Bonds</b>	<b>Hedge Funds</b>	<b>Managed Futures</b>	<b>Real Estate</b>	<b>Private Equities</b>	<b>Commodities</b>
Marktkapitalisierung in Mrd. EUR	15.946,62	10.738,13	849,05	132,60	257,58	21,08	3.105,01
Marktkapitalisierung in %	51,36	34,58	2,73	0,43	0,83	0,07	10,00
Beta	1,38	0,50	0,75	0,23	1,03	1,79	0,85
erwartete CAPM-Rendite in % p.a.	9,35	6,21	6,81	5,19	8,07	10,80	7,41

Tab. 6: Erwartete CAPM-Renditen

<b>Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR</b>							
	<b>Stocks</b>	<b>Bonds</b>	<b>Hedge Funds</b>	<b>Managed Futures</b>	<b>Real Estate</b>	<b>Private Equities</b>	<b>Commodities</b>
Views in % p.a.	7,97	7,97	7,97	7,97	7,97	7,97	7,97
implizite erwartete Rendite in % p.a.	9,35	6,21	6,81	5,19	8,07	10,80	7,41
erwartete BL-Rendite in % p.a.	8,76	7,28	7,78	6,95	7,64	9,29	7,64

Tab. 7: Erwartete Black-Litterman-Renditen auf Basis 90 %igem Vertrauen des Investors in „Views“

<b>Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR</b>							
<b>erwartete Renditen in % p.a.</b>	<b>Stocks</b>	<b>Bonds</b>	<b>Hedge Funds</b>	<b>Managed Futures</b>	<b>Real Estate</b>	<b>Private Equities</b>	<b>Commodities</b>
historische Schätzer	0,51	0,33	6,89	5,54	6,33	1,62	10,58
Bayes-Stein-Schätzer	1,34	1,22	5,74	4,81	5,35	2,11	8,29
CAPM-Schätzer	9,35	6,21	6,81	5,19	8,07	10,80	7,41
Black-Litterman-Schätzer	8,76	7,28	7,78	6,95	7,64	9,29	7,64

Tab. 8: Gegenüberstellung der erwarteten Renditen in % p.a.

Zeitraum von 11/1998 bis 10/2008 in EUR				
Minimum-Varianz-Portfolio				1-Monats- EURIBOR
erwartete Rendite in % p.a.	Volatilität in % p.a.	Stocks in %	Bonds in %	durschn. Rendite in % p.a.
0,36	8,81	15,31	84,69	1,4

Tab. 9: Gegenüberstellung Minimum-Varianz-Portfolio mit Stocks und Bonds und 1-Monats-EURIBOR

Minimum Risk Portfolio															
										traditionelle Investments		Alternative Investments			
Schätzer	Zielfunktion		erwartete Rendite in % p.a.	Analytische Risikomaße in % p.a.					Stocks in %	Bonds in %	Hedge Funds in %	Managed Futures in %	Real Estate in %	Private Equities in %	Commodities in %
				Volatilität	VaR	CVaR	mVaR	mCVaR							
				Normalverteilt			Nicht-Normalverteilt								
historisch	Volatilität	Normalverteilt	3,06	8,02	-10,13	-19,60	-9,64	-19,17	0,00	58,67	0,00	17,27	15,12	0,00	8,95
	VaR		6,02	8,72	-8,32	-24,01	-7,66	-23,44	0,00	15,98	25,00	25,00	17,35	0,00	16,67
	CVaR		0,73	8,60	-13,40	-18,47	-13,15	-18,25	14,53	78,44	0,00	5,88	1,14	0,00	0,00
	mVaR	Nicht-Normalverteilt	5,90	8,65	-8,33	-23,75	-7,64	-23,16	0,00	16,56	25,00	25,00	18,79	0,00	14,65
	mCVaR		1,09	8,80	-13,39	-19,25	-11,65	-17,77	1,18	84,28	0,00	14,54	0,00	0,00	0,00
Bayes-Stein	Volatilität	Normalverteilt	3,10	8,02	-10,10	-19,64			0,00	58,67	0,00	17,27	15,12	0,00	8,95
	VaR		4,80	8,46	-9,12	-22,25			0,00	21,64	25,00	25,00	15,51	0,00	12,84
	CVaR		2,02	8,29	-11,61	-19,11			9,72	71,84	0,00	9,80	5,88	0,00	2,76
CAPM	Volatilität	Normalverteilt	6,42	8,02	-6,77	-22,96			0,00	58,67	0,00	17,27	15,12	0,00	8,95
	VaR		6,65	8,09	-6,65	-23,34			7,81	55,51	0,00	14,72	12,83	0,00	9,12
	CVaR		6,34	8,04	-6,88	-22,93			0,00	58,38	0,00	20,35	13,20	0,00	8,07
Black-Litterman	Volatilität	Normalverteilt	7,31	8,02	-5,88	-23,85			0,00	58,67	0,00	17,27	15,12	0,00	8,95
	VaR		7,38	8,04	-5,85	-23,96			5,25	56,77	0,00	16,87	12,33	0,00	8,78
	CVaR		7,30	8,02	-5,89	-23,85			0,00	58,30	0,00	18,30	14,82	0,00	8,59

Tab. 10: Gegenüberstellung der Minimum-Risk-Portfolios

Tangentialportfolio															
									traditionelle Investments		Alternative Investments				
Schätzer	Zielfunktion		erwartete Rendite in % p.a.	Analytische Risikomaße in % p.a.					Stocks in %	Bonds in %	Hedge Funds in %	Managed Futures in %	Real Estate in %	Private Equities in %	Commodities in %
				Volatilität	VaR	CVaR	mVaR	mCVaR							
				Normalverteilt			Nicht-Normalverteilt								
historisch	Volatilität	Normalverteilt	8,00	10,86	-9,86	-30,39	-10,05	-30,56	0,00	0,00	25,00	21,57	13,43	0,00	40,00
	VaR		7,97	10,80	-9,79	-30,26	-9,90	-30,34	0,00	0,00	25,00	24,79	10,21	0,00	40,00
	CVaR		8,01	10,88	-9,89	-30,46	-10,13	-30,67	0,00	0,00	25,00	20,47	14,53	0,00	40,00
	mVaR	Nicht-Normalverteilt	7,97	10,80	-9,79	-30,26	-9,90	-30,34	0,00	0,00	25,00	24,79	10,21	0,00	40,00
mCVaR	7,99		10,82	-9,81	-30,31	-9,95	-30,43	0,00	0,00	25,00	23,31	11,69	0,00	40,00	
Bayes-Stein	Volatilität	Normalverteilt	6,51	10,88	-11,39	-28,96			0,00	0,00	25,00	23,31	11,69	0,00	40,00
	VaR		6,51	10,88	-11,39	-28,96			0,00	0,00	25,00	20,58	14,42	0,00	40,00
	CVaR		6,52	10,92	-11,44	-29,05			0,00	0,00	25,00	19,27	15,73	0,00	40,00
CAPM	Volatilität	Normalverteilt	7,82	10,31	-9,13	-29,08			40,00	42,74	0,00	0,92	2,29	4,24	9,81
	VaR		7,81	10,27	-9,08	-29,00			40,00	42,74	0,00	0,92	2,29	4,24	9,81
	CVaR		8,13	11,32	-10,49	-31,48			40,00	38,70	0,00	0,00	0,24	11,95	9,10
Black-Litterman	Volatilität	Normalverteilt	7,63	8,46	-6,29	-25,09			22,27	45,72	7,64	14,63	2,22	0,00	7,51
	VaR		7,63	8,46	-6,29	-25,09			22,27	45,72	7,64	14,63	2,22	0,00	7,51
	CVaR		7,72	8,71	-6,60	-25,67			26,95	40,91	11,74	13,53	0,00	0,00	6,86

Tab. 11: Gegenüberstellung der Tangentialportfolios